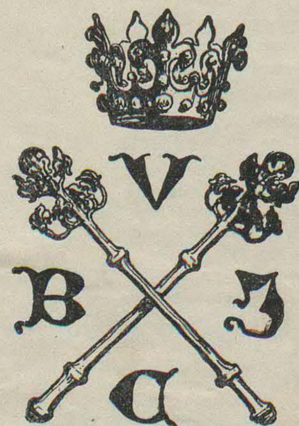
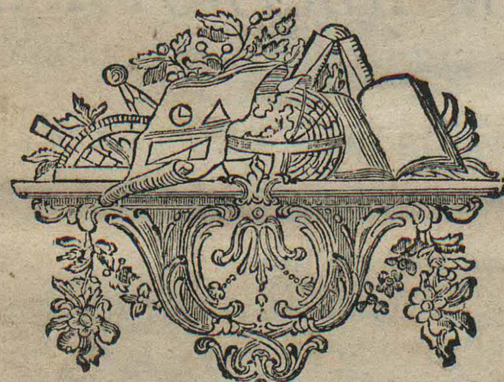

V
B
J
C
55341
II

POCZĄTKI
GEOMETRYI

DZIEŁO JE^{o} M. *Pana* CLAIRAUT,
Akademii Królewſkich: Paryſkiey, Londyńſkiey, Berlińſkiey, Petersburſkiey, Upsalſkiey, Edimburſkiey, i Bonońſkiey, Towarzyſza;

Z FRANCUSKIEGO NA POLSKI JĘZYK
PRZETŁUMACZONE.





W WILNIE
W DRUKARNI J. K. M. I RZECZY-POSPOLITEY
AKADEM: *Soc:* JESU.

MDCCLXXII.

JAŚNIE OŚWIECONEMU
XIĄŻĘCIU JEGOMOŚCI
MICHAŁOWI KAZIMIERZOWI
NA KLEWANIU I ŻUKOWIE
CZARTORYSKIEMU
KANCLERZOWI WIELKIEMU
W. X. LITEWSKIEGO,
ORDERU ORŁA BIAŁEGO
KAWALEROWI,
HOMELSKIEMU, JURBORSKIEMU, UŚWIAT-SKIEMU, PODUŚWIATSKIEMU, &c. &c.
STAROŚCIE.

JAŚNIE OSWIECONY MOŚCI

XIĄŻĘ.



Sławnego *Autora dzieło* o Początkach *tey nauki, którą* W. Xca Mć *gorliwości i nakładów Swoich zawsze godną być sądziłeś, na Oyczysty ięzyk wyłożone, żeby większą zaletę mieć, i pożądany Kraiowi pożytek przynieść mo-*

* gło:

gło: dozwolisz Jaśnie Oświecony Mci Xiążę *ukazać się mu pod zasczytem przeważney Protekcyi swoiey, á mnie iednemu z tych, którzy mieli honor nakładem* W. Xcey Mci *w cudzych kraiach uczyć się Matematyki, użyć tey okkazyi do oświadczenia powinney Sobie wdzięczności, i wyznania przed światem, że się znam być z naygłębszym uszanowaniem*

WASZEY XIĄŻĘCEY MCI

Wiecznie obowiązanym
i nayniższym sługą
X. Marcin Poczobut *Soc: JESU*
Astron. J. K. Mci
Tow. Akad. Lond.



PRZEDMOWA
AUTORA.



Lubo Geometrya iest sama przez się wysoka i trudna nauka, należy iednak to wyznać, że trudności, których zwykliśmy doświadczać, gdy się do niey przykładać poczynamy, nayczęściey pochodzą z sposobu, którym początki oney są pisane. Widzieć tam pospolicie na samym wstępie wielki tłum definicyi, postulatów, axyomatów, i innych pryncypiów drogę do tey nauki gotuiących, któ-

rę zdaią się wcześnie przeſtrzegać Czytelnika, iak suchych i twardych rzeczy ma się daley ſpodziewać. Naſtępuią potym propozycye, które maiąc za cel ogulne á trudne do poięcia prawdy, nic w szczegulności nieſtawią przed oczy, coby rozum i imaginacyą ciekawie zabawić, á ochotę zaoſtrzyć mogło. Przetoż poſpolicie to się trafia, że poczynaiący uczyć się Geometryi, rychley spracowani i z przedsięwzięcia swego zrażeni bywaią, ani-żeli zupełnie poznać mogli, co to ieſt Geometrya, którey chciano ich nauczyć.

Prawda to, że niektórzy Autorowie chcąc zabieżeć tey oschłości, którey ledwo można uniknąć ucząc się Geometryi, każdą z walnych propozycyi wraz do praktyki ſtosuią, albo,

iak ſtosowana być może, uczą. Lecz to czyniąc, ukazuią pożytek i potrzebę Geometryi, á nie ſpoſoby uczenia się oney ułacniaią. Ponieważ bowiem każda propozycya musi być pierwey położona, aniżeli oney applikacya do praktyki, rozum nierychley może mieć zabawkę koło obiektów sobie zwyczaynych, to ieſt szczegulnych i zmyſłom znaiomych, aż się natrudzi zrozumieniem prawd powſzechnych i trudnych.

Niektóre uwagi, którem uczynił nad pierwiaſtkami Geometryi, wierzyć mi każą, żem uprzątnął z drogi te zawady, które pierwſze kroki poczynaiących zatrudniać zwykły, piſząc tym ſpoſobem, żebym i ciekawość zabawił, i rozum oświecił. Myśliłem sobie, że ta nauka, tak iako

wſzytkie inne, powoli wzroſt swóy brała, i nie przyſzła do tego stopnia, na którym się dziś znáyduie, ieno po szczeblach; że wedle wſzelkiego podobieńſtwa iakaś potrzeba była okkazyą pierwſzych w tey mierze kroków, te zaś nie mogły być nad zdolność i siły poczynaiących, ponieważ nie od kogo innego ieno od poczynaiących muſiały być uczynione.

Na tym zdaniu zaſadzony, przedsięwziąłem tam obrócić wſzytkę myśl i uwagę, zkąd Geometrya mogła wziąć początek. Jakoż ſtarałem się wſzytkie odkryć *principia*, i sam grunt ukazać tych rzeczy, które mogły być okazyą tey nauce; á to spoſobem naturalnym, i nieumieiętności poczynaiących przyzwoitym, to ieſt takim, iaki zdaniem moim był pierwſzych Geometryi

metryi wynalezców: nie przywodząc iednak omylnych przemyſłów, i błędnych praktyk, na które wpadać oni koniecznie przy początkach muſieli.

Ziemia, którey wymiar od wieków był potrzebny, zdała mi się być Matką pierwſzych Geometrycznych propozycyi. Iakoż w rzeczy samey od wymiarów ziemnych Geometrya wzięła początek razem z nazwiſkiem, które nic innego nieznaczy, ieno *Wymiar ziemi*. Niektórzy Autorowie rozumieią, że Egipcynie widząc, iako Nil przez wylewy swoie uſtawicznie pſował i mieſzał im granice, założyli pierwſze fundamenta Geometryi, szukaiąc spoſobów, któremiby zupełnie ubeśpieczyć sobie mogli pozycye, rozległości, i figury gruntów i własności swoich. Lecz chociażbyśmy zgoła

nieprzestali na zdaniu tych Autorów, wątpić iednak o tym nie możemy, że skoro ludzie rozmnażać się na świecie, dzielić się na różne familie, á pewne siedliska i dzierżawy mieć poczęli, natychmiast szukali sposobów mierzenia i dzielenia swych gruntów. Chcąc potym wydoskonalić te sposoby, których ie nauczyła bieda, za czasem od wynalazków i przemysłów szczegulnych przyszli do powszechnych. Na koniec szukaiąc sposobu, którymby wszytkie zgoła wielkości iedne z drugiemi komparuiąc, wzaiemną onych do siebie relacyą łacno poścignąć, i zupełnie determinować mogli, uformowali naukę maiącą za cel więcey nie równie rzeczy, aniżeli oni sobie z początku zakładali: zachowuiąc iednak, i potomnym wiekom podaiąc

tož sa-

tož samo nazwisko, które przy pierwiastkach tey nauce nadali.

Ia żebym w tym dziele szedł torem pierwszych wynalezców, naprzód usiłuię odkryć i obiaśnić te *principia*, które wpłynąć mogą do wymiaru gruntów, i odległości tak przystępnych, iako nieprzystępnych, &c. Ztąd postępuię do innych wynalazków tak z pierwszemi związanych, że wrodzona wszytkim ludziom ciekawość minąć onych i przeskoczyć niedopuscza. Zachęcaiąc potym, i nieiako usprawiedliwiaiąc tę ciekawość ukazaniem wynikaiących ztąd w praktyce pożytków, z ochoczym iuż Czytelnikiem przebiegam to wszytko, co iest w Geometryi naypotrzebnieyszego.

** Prze-

Przeczyć temu zdami się niemożna, że ten sposób przynamniey służyć będzie do zachęcenia tych, którzyby mierźić sobie mogli suchość prawd Geometrycznych do żadney praktyki niestosowanych. Wszakże ia się spodziewam i tego ieszcze, co większy nie równie przyniesie pożytek, á to iest, *że* się tym sposobem przyuczy rozum do szukania, i odkrycia sam przez się prawdy. Przetoż umyślnie żadney propozycyi nie traduię pod zwyczaynym kształtem Teorematów, albo tych uwag, któremi się to lub owo niezbicie dowodzi, ale iakim sposobem iest odkryto, cale się zamilcza.

Ieśli pierwsi Matematycy ułożyli wynalazki swoie w Teoremata, i tak one na świat wydali, uczynili to bez wątpienia albo dla ziednania im nie-

iakiey

iakiey misterności, która zwykła obracać na się ludzką ciekawość, i sprawować zadumienie, albo dla uniknienia pracy, którąby podiąć musieli, wywodząc porządnie naypierwsze swe uwagi, za których przewodnictwem do tych wynalazków przyszli. Iakożkolwiek iest, mnie się zdało, że przyzwoiciey nierównie, i pożyteczniey uczynię, ieśli Czytelników moich ustawicznie zabawiać będę rezolucyą Problematów, to iest szukaniem sposobów albo do wykonania iakiey operacyi, albo do odkrycia niewiadomey prawdy, przez determinowanie relacyi zachodzącey między wielkościami znaiomemi, i wielkościami któreby znaleść chciano. Idąc tą drogą poczynaiący łacno postrzegać i widzieć będą racye determinuiące wy-

 nalezcę,

nalezcę, á tym samym będą mogli nabywać dowcipu do Inwencyi zgodnego.

Znaydą się podobno, którzy zarzucać mi będą nie na iednym mieyscu tych Początków, że się zbytnie zasadzam na świadectwie oczu, á mniey dbam o rygor demonstracyi Geometrom zwyczaynych. Tych ia więc proszę, aby postrzegaiąc co mi przyganić mogą, to też uważać chcieli, że ieśli ia niektóre propozycye odbywam lekko, tedy te tylko, których prawda natychmiast odkryta być może, skoro na lekką uwagę wzięte będą. Tak ia postępuię naybardziey z początku, gdzie się naywięcey zdarza tak łacnych propozycyi. To bowiem uważałem i mam z doświadczenia, że ci

nawet

nawet, którzy maiąc wrodzoną do Geometryi sposobność, przykładali się do niey z ochotą, natychmiast mierźili ią sobie, skoro wprowadzeni byli w tłum demonstracyi służących, iż tak rzekę, do zagłuszenia bardziey, niż do oświecenia poczynaiących.

Ieśli Euklides zadaie sobie pracy, demonstruiąc te propozycye, których demonstracya zda się być niepotrzebna, naprzykład że dwu cyrkułów, które się wzaiem rozcinaią, nie iest toż samo centrum: że summa boków tryangułu zawartego w innym mnieysza iest od summy boków tryangułu, w którym się on zawiera: temu się dziwić zgoła niepotrzeba. Ten Geometra miał sprawę z wykrętnemi Zofistami, którzy za chwałę sobie mieli dysputować upornie przeciwko nay-

widom-

widomſzym prawdom. Trzeba więc było, żeby Geometrya tak, iako Logika, używała argumentowania i sztucznych wywodów na obronę widomych nawet prawd przeciwko tym pieniaczom. Ale dziś inaczey rzeczy idą. Probować i dowodzić tego, co zdrowy rozum za pierwſzym weyrzeniem łacno widzieć może, ieſt to próżną robotę robić, albo raczey prawdę przez się iasną ſłowami zacimiać, á Słuchaczów albo Czytelników w niesmak i teſknicę wprawować.

Drugi zarzut, któregobym się mógł spodziewać, ieſt ten: żem opuścił wiele propozycyi, które się znayduią w poſpolitych Elementach Geometryi, tych zaś, które przedsiębiorę traktować, ſame tylko fundamenta wywodzę.

Na to

Na to tak ia odpowiadam: Wszytko to, co ſłuży do mego przedsięwzięcia, znayduie się w tych początkach: propozycye zaś, którem opuścił, są te, które ani przez się nie są potrzebne, ani do zrozumienia potrzebnych zgoła nieſłużą. Lubo krótko mówię o proporcyach, wſzakże toż samo, co mówię, powinno doſtatecznie ſłużyć do zrozumienia tych elementarnych propozycyi, bez których się obeyść niemożna w proporcyach. Obſzerniey i gruntowniey tę Materyą traktować będę w początkach Algebry, które wkrótce mam wydać.

Na koniec ponieważ obrałem wymiar ziemny za śrzodek zachęcenia do Geometryi tych, którzy się przykładać do niey poczynaią, mam się podobno tego ieſzcze obawiać, ażeby

te

te Początki Geometryczne niebyły wzięte za iednę z pospolitych Ksiąg o praktyce mierniczey. Wszakże to niemoże przyiść na myśl chyba tym tylko, którzy uważać nie będą, że wymiar ziemny nie iest prawdziwym celem tey Księgi, ale iest mi przewodnictwem i okazyą do odkrycia pryncypalnych prawd Geometrycznych. Mógłbym bez wątpienia podobnym sposobem wywieść z swych początków też same prawdy, wziąwszy przedsię historyą Fizyki, Astronomii, lub iakieykolwiek inney części Matematyki, którąby mi się obrać zdało. Lecz nacisk myśli do przedsięwzięcia mego niesłużących, któreby przypuścić trzeba było, zatłumiłby nie iako myśli Geometryczne, do których iedynie miałem przywiązać uwagę Czytelnika.

POCZĄTKI.



POCZĄTKI GEOMETRYI.

PIERWSZA CZĘSC

O sposobach, przez które naynaturalniey ludzie przyszli do wymiarów ziemnych.



UWAŻAJĄCEMU same Geometryi początki, zda się, że od długości rzeczy, i odległości mieysc naypierwsze zaczęły się rozmiary.

I.

Sposob mierzenia iakieykolwiek długości, który podaie nieiakaś wro-

dzona ludziom Geometrya, ieſt: zkomparować, czyli porównać długość iakieykolwiek miary znajomey z długością, którą poznać chcemy.

II.

Linia proſta ieſt naykrótsza ze wſzyſtkich, które mogą być prowadzone od iednego Punktu do drugiego a zatym ieſt miarą odległości onych od ſiebie.

Co ſię tycze odległości: widomo ieſt, iż dla zmierzenia tey, która ieſt między dwóma punktami, potrzeba prowadzić linią proſtą od iednego punktu do drugiego, i onę wymierzyć miarą znajomą; ponieważ wſzytkie inne linie w tę lub owę ſtronę mniey albo więcey zbaczające, zawſze dłużſze są niż linia proſta, która nijako niezbacza.

III.

TABLICA. I. Fig: 1.

Prócz potrzeby mierzenia odległości iednego punktu od drugiego, zdarza ſię też częſto potrzeba zmierzenia odległości punktu od linii. Naprzykład: znaydując ſię kto na mieyscu D, nad brzegiem iakiey rzeki, chciałby wiedzieć, iaki ieſt przeciąg między mieyscem,

scem, na którym ſtoi, a linią AB, która ieſt na drugim brzegu. Jawno ieſt, iż wtym razie, chcąc zmierzyć odległość żądaną, potrzeba obrać iednę, a to naykrótszą ze wſzyſtkich linii proſtych DA, DB, DC, które można prowadzić od punktu D, do linii AB. Łacno zaś widzieć, iż ta linia naykrótſza, o którą tu idzie, nie ieſt inna, jak DC, która wedle założoney ſuppozycyi nie powinna ſkłaniać ſię ani ku A, ani ku B, jako ſię też w rzeczy ſamey nieſkłania. I tę to linią, którą nazwano perpendykularną, należy zmierzyć miarą znajomą, chcąc wiedzieć odległość punktu D, od linii proſtey AB. Gdzie widzieć także łacno, iż nim ſię przyłoży miara znajoma do linii DC, potrzeba, ażeby ta linia wprzód była prowadzona; muſiano więc mieć ſposob prowadzenia linii perpendykularnych.

Linia na drugiey ſtojąca, a ku żadney ſtronie nie ſkłoniona, jeſt, do oney perpendykularna.

IV.

W innych też niezliczonych okolicznościach zdarzała ſię potrzeba prowadzenia tychże linii perpendykularnych.

TAB: I. Fig: 2. i 3.

nych. Naprzykład: wiadomo ieſt, że regularność figur takich, jakie są AB CD, FGHI nazwanych Rektangułami, a ſkładających ſię ze czterech ścian, czyli boków wzaiemnie do ſiebie perpendykularnych, zachęca, i nie jako pociąga nas do dania onych kształtu, Domom, Dziedzińcom, Ogrodom, Pałacom, Pokojom &c.

Rektanguł ieſt to Figura maiąca cztery ściany wzaiemnie do ſiebie perpendykularne.

Pierwsza z tych figur ABCD, którey wſzyſtkie cztery boki są równe, nazywa ſię pospolicie Kwadratem. Druga FGHI, która niewſzyſtkie boki, ale te tylo, co naprzeciw siebie leżą, ma równe, zowie ſię ogulnie Rektangułem.

Kwadrat ieſt to Rektanguł, którego cztery ściany są równe.

V.

W różnych operacyach, w których nadarza ſię potrzeba prowadzenia linii perpendykularnych, te są dwa przypadki: że albo do linii od jakiego punktu od niey odległego, albo od punktu na samey linii, leżącego perpendykularną prowadzić trzeba.

TAB: I. Figura 4.

Daymy to naprzykład, że kto z punktu C wyznaczonego na linii AB, chce

chce podnieść linią C D Perpendykularną do AB; trzeba będzie, aby ta linia nieſkłaniała ſię ni ku A, ni ku B.

Sposob podnieſienia linii perpendykularney

Naprzód tedy założywſzy suppozycyą, że C jeſt w równey odległości od A i B, i że linia CD, nieſkłania ſię w żadną ſtronę, jawno ieſt, iż każdy z punktów tey linii, będzie równie odległy od A i B. O nic tedy więcey nie będzie szło, iako znaleść iakikolwiek punkt D, któregoby odległość od punktu A była równa iegoż odległości od punktu B; w ten czas bowiem prowadząc przez C, i przez punkt tak znaleziony linią proſtą CD, będziemy mieli żądaną perpendykularną.

Możnaby rzeczonego punktu D, szukać na domyſł, i omackiem, lecz ten sposob szukania nieczyni zadość rozumowi, który wyciąga sposobu takiego, któryby go oświecił, a taki jeſt naſtępujący:

Weź jaką miarę pospolitą: sznur naprzykład, albo cyrkiel podług upodobania otworzony: wedle roboty, którą będzieſz miał wpolu, lub na karcie.

Miary tak wziętey, to ieſt, albo sznura, albo iedney nogi cyrkla koniec utkwiwſzy w punkcie A, drugi zaś zataczając, napiszeſz łęk PDM. Dopieroż nieodmieniając teyże miary uczyniſz toż samo z punktu B, coś już czynił ź punktu A, i otrzymasz łęk QDN, który rozcinając pierwszy PDM na D, da ci punkt żądany.

Ponieważ bowiem punkt D, należeć będzie rowno do dwu łękow PDM, QDN, jedną miarą napisanych, iego odległość od punktu A, zrowna ſię jego także odległości od punktu B, więc CD, ſkłaniac ſię nie będzie ani ku A, ani ku B. Zatym ta linia będzie perpendykularna do AB.

TAB: I. Fig: 5. Jeśli punkt C, nieznayduje ſię w rowney odległości od A, i B, należy wziąć dwa inne punkta *a*, *b*, rownie odległe od C, i onych użyć zamiaſt A, B, dla napisania łękow PDM, QDN.

VI.

TAB: I. Fig: 4. Jeśliby jeden z łękow, naprzykład PDM, był daley prowadzony przez O, E, R

E, R &c. Ażby ſię wrócił do tegoż punktu P, od którego ſię począł; obwod cały nazwałby ſię Peryferyą cyrkułu, albo zgoła cyrkułem.

Cyrkuł ieſt to obwod cały, który bywa napisany końcem jedney nogi Cyrkla obracaney koło drugiey, w jakim punkcie utkwioney.

Jeśliby ſię napisała jedna tylo część PDM Peryferyi, taby ſię nazwała Arkusem albo łękiem cyrkułu.

Punkt, z któregoby ſię cyrkuł, albo jakakolwiek część onego napisała, byłby cyrkułu, albo części onego, centrum.

Centrum jeſt ów punkt, w którym koniec jedney nogi Cyrkla bywa utkwiony, gdy druga pisze Cyrkuł.

Miara zaś, abo przeciąg AD, onych Promień.

Promień jeſt otwor Cyrkla, którym ſię pisze Cyrkuł.

Każda linia, która przechodzi przez centrum A, tak, jako D A E, á kończy ſię z obuſtron u Peryferyi, nazywa ſię Dyametrem. Jawno ieſt, że ta linia ieſt we dwoje większa od Promienia; dla czego też promień czasem zowie ſię pół-Dyametrem.

Dyametr jeſt podwoyny promień.

VII.

Sposob podnieſienia perpendykularney z jakiegokolwiek punktu linii A B, podaje sposob spuſzczenia też oney do teyże linii AB, z jakiegokolwiek TAB: I. Fig: 6.

Sposob spuszcenia linii perpendykularney.

wiek punktu E, od niey odległego; utkwiwszy bowiem albo nici, albo sznura, albo iedney nogi cyrkla koniec w punkcie E, i jedną miarą E *b*, naznaczywszy dwa punkta *a*, i *b*, na linii AB, szukać należy tak, jako w Artykule V. innego punktu D, któregoby odległość od punktów *a*, i *b*, była taż sama, a przez ten punkt, oraz przez E prowadzić linią prostą D E, która mając oba swe końce równie odległe od *a*, i *b*, a nie więcey skłaniając się ku jednemu, jako ku drugiemu z tych punktów, będzie perpendykularną do AB.

VIII.

TAB: I. FIG: 7.

Rozdzielić jaką linią na dwie części równe.

Z przeszłey operacyi wynika rozwiązanie jednego nowego Problema.

Niech idzie naprzykład o podział jakiey linii prostey AB na dwie części równe; z punktów A, i B, jako z centrów otworem Cyrkla iakimkolwiek, byleby jednym, napisać łęki R E I, GEF, Potym z tychże centrów, tymże co wprzód, lub innym wedie upodobania otworem napisać także łęki PDM, QDN.

QDN. To gdy się uczyni, linia E D prowadzona przez punkta Intersekcyi E, i D, rozetnie linią AB na dwie równe części na punkcie C.

IX.

Znalazszy sposob prowadzenia perpendykularnych, nic łacnieyszego nie było, jako użyć onego do rysowania figur, które się zowią Rektangułami, i Kwadratami, o których była mowa w Artykule IV. Jawno iest, iż dla napisania kwadratu ABCD, któregoby ściany czyli raczey boki, były równe linii daney K, trzeba wziąć na linii GE długość AB, równą teyże linii K; dopieroż podnieść (Art: V.) z punktów A, i B, Perpendykularne A D, B C, z którychby każda równa była rzeczoney linii K; na koniec poprowadzić D C.

TAB: I. FIG: 2.

Napisać Kwadrat, mając bok onego dany.

X.

TAB: I. FIG: 3.

Jeśliby chciano odrysować Rektanguł F G H I, któregoby długość

B była

Napiſać Rektangul, którego długość i ſzerokość są dane.

była K, á szerokość L, uczynićby trzeba linią F G, równą długości K, dopieroż podnieść Perpendykularne F I, i G H, każdą z nich równą szerokości L, na resztę poprowadzić H I.

XI.

równoodległe

Parallelle ſą to linie wſzędy równie odległe od ſiebie.

Wykonanie dzieł znacznych, iakie są usypanie wałów, dukt kanałów, prowadzenie regularnych ulic &c. obeyść ſię niemoże bez prowadzenia linii, które ſię zowią Parallelle, to jeſt, którychby pozycya była taka, iżby onych odległość wſzędzie miała za miarę linie Perpendykularne tey samey długości. Nic zaś niemasz naturalnieyszego moim zdaniem, jako do prowadzenia tych linii Parallel zasięgnąć onego sposobu, który bywa używany w rysowaniu Rektangułow.

TAB: I. Fig: 8.

Niech będzie naprzykład: A B, jednym z boków albo kanału, albo jakiegokolwiek wału &c. któremuby chciano dać szerokość CA, czyli raczey żebyśmy tę kweſtyą wyłożyli sposobem barziey Geometrycznym i powſzech-

Prowadzić Parallellę do jakiey linii przez punkt dany.

Podstawa

wſzechnym, daymy że kto chce prowadzić przez C, parallellę C D do linii A B, w takim razie obrać należy wedle upodobania punkt jaki B, na linii A B, i czynić operacyą tym ſposobem, jak gdyby mając Bazę A B, chciano uczynić Rektangul A B C D, któryby miał za wysokość linią AC. Co gdyby ſię ſtało, linie C D, A B, by niewiem jak były daleko ciągnione, byłyby zawsze Parallelle, albo, co toż samo ieſt, nigdyby ſię z sobą nie zeszły.

XII.

Ponieważ regularność figur Rektangularnych, ieſt powodem, jakeśmy wyżey rzekli, częſtego onych używania, zdarza ſię wiele przypadków, w których potrzeba wiedzieć onych rozciągłość.

Chcesz naprzykład wiedzieć, wiele wyniść może obicia na jaki pokóy, albo wiele ma zawierać sznurów, prętów, lub łokci Dziedziniec jakiego domu, mający figurę Rektangułu.

W tych raziech każdy widzieć mo-

może, iż do znalezienia pewnych w tey mierze determinacyi, ieſt sposób naykrótszy i naynaturalnieyszy, użyć miary znajomey i pospolitey, która na tey Płaſzczyznie, którey rozległość zmierzyć chcemy, kilkakrotnie położona, całąby onę okryła.

Sposób wychodzący na ów, któregośmy już użyli, do mierzenia długości linii.

To zaś przez ſię widomo, iż miara, która do mierzenia Płaſzczyzn ma być użyta, powinna być takoż Płaſzczyzna: naprzykład łokiec, sążeń, pręt Kwadratowy. A tak zmierzyć iaki Rektanguł, nie co innego ieſt, jeno determinować liczbę łokci, sążni, prętów &c. Kwadratowych, które zawiera onego Płaszczyzna.

TAB: I. Fig: 9.

Dla łatwieyszego zrozumienia, pokażmy to w przykładzie: daymy że Rektanguł A B C D, ma siedm łokci wysokości, a ośm Bazy: można uważać ten Rektanguł jako podzielony na siedm pasów *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, z których każdy zawierać będzie osm łokci Kwadratowych. Plac tedy Rektangułu

łu

łu wynoſić będzie siedm razy ośm łokci Kwadratowych, albo 56 łokci Kwadratowych.

Dopiero jeśli sobie przypomnim pierwſze początki rachunku Arytmetycznego, a między innemi i to, że multyplikować liczbę przez liczbę, nic innego nie ieſt, jak tylko iednę z nich wziąć tyle razy, ile razy iedność zawiera ſię w drugiey: poſtrzeżem bez wątpienia doſkonałą Analogią czyli podobieńſtwo między multyplikacyą ordynaryiną, a operacyą, przez którą ſię mierzy Rektanguł. Obaczemy, że multyplikując liczbę łokci, lub sążni &c. które daje wysokość Rektangułu, przez liczbę łokci, lub sążni &c. które daje jego Baza, determinowana będzie liczba łokci albo sążni &c. Kwadratowych, które zawiera Płaszczyzny rozległość.

Miara Rektangułu, jeſt produkt z wysokości jego, multyplikowaney przez bazę.

iloczyn

XIII.

Figury, które ſię wymierzać zdarza, nie zawſze tak są regularne jako Rektanguły, których iednakże wymiar

ieſt

ieſt częſtokroć bardzo potrzebny, bo albo będzie szło o determinacyą rozległości jakiego dzieła na placu nie regularnym poſtawionego, albo też zechce kto wiedzieć, wiele plac nieregularny zawiera w sobie łokci, sążni &c. Potrzeba więc było do ſposobu determinowania rozległości Rektangułów, przydać sposób mierzenia figur, które nie są Rektangularne.

Figury proſto-ścienne są te, które ſię proſtemi liniami zamykają.

Wiedzieć łacno można, iż w praktyce cała trudność zależy na wymierzeniu figur proſtemi liniami zamkniętych. Bo daymy to, że w obrębie czyli raczey obwodzie jakiego placu znaydują ſię linie krzywe, iako w figurze

TAB: I. FIG: 10. FIG: 11.

A B C D E F G, widomo ieſt, że te linie podzielone na tyle części, ile będzie potrzeba do uniknienia omyłki znaczney, mogą być zawſze wzięte za zbior linii proſtych.

Dopieroż jawno ieſt, że mimo nieſkończoney różności figur proſtemi liniami zamkniętych, można wszystkie mierzyć iednym sposobem, dzieląc je na Figury trzema bokami zamknięte,

któ-

które pospolicie Tryangułami zowią: co ſię wykona nayprościey i naywygodniey, jeśli od jakiegokolwiek punktu A, obrębu figury A B C D E poprowadzą ſię linie proſte A C, A D, &c. do punktów C D, &c.

Tryanguł jeſt to figura trzema liniami proſtemi zamknięta. Tróy kąt

XIV.

Już tedy ni o co więcey nie idzie, jak tylko o to, żeby wynaleść ſposób mierzenia Tryangułow przez rzeczony podział uformowanych. Wiadomo zaś, że ſposób naypewnieyszy znalezienia tego, czego nie wiemy, jeſt, szukać, jeśli to co wiemy, niema jakiego związku z tym, co wiedzieć chcemy. Lecz widzieliśmy już, iż każdy Rektanguł ABCD, jeſt równy produktowi Bazy A B, multyplikowaney przez wysokość C B. Nad to łacno widzieć można, iż ta figura rozcięta Transwersalnie albo na ukos przez linią A C nazwaną Dyagonalną, dzieli ſię na dwa Tryanguły równe; a ztąd ſię wnosi, że każdy z tych Tryangułów równa ſię połowie produktu z onych bazy A B,

TAB: I. FIG: 12.

Linia Dyagonalna Rektangułu ta jeſt, która go dzieli na dwa Tryanguły równe.

albo

albo DC, multyplikowaney przez wysokość C B, albo D A.

Tryanguły Rektanguły są te, które maią dwa boki do siebie wzaiem Perpendykularne.

To prawda, że się nie zawsze zdarzaią Tryanguły do wymiaru dane, któreby miały dwa boki do siebie wzajem Perpendykularne, jako to mają Tryanguły A B C, A D C, nazwane Tryangułami Rektangularnemi; lecz nic nie masz, coby przeszkadzało, redukować wszystkie Tryanguły jakiegokolwiek rodzaju, do Tryangułów Rektangułów.

TAB: II. Fig: 1.

Jeśli bowiem z punktu A, jako wierzchołku jakiegokolwiek Tryangułu A B C, spuszczona będzie Perpendykularna AD, do Bazy BC, Tryanguł A B C będzie rozdzielony na dwa Tryanguły Rektanguły ADB, ADC.

Tryanguł jest połową Rektangułu maiącego też samę bazę i wysokość, które ma Tryanguł,

Maiąc tedy przed oczéma to wszystko, co się dopiero mówiło, widomo jest, że ponieważ każdy z dwu Tryangułów A D B, A D C będzie połową Rektangułów AEBD, ADCF, Tryanguł A B C będzie także połową Rektangułu E B C F, i będzie miał B C za Bazę, á zaś A D za wysokość; a że Płaszczyzna Rektangułu E B C F, będzie

dzie równa produktowi z wysokości E B, albo AD multyplikowaney przez Bazę B C, Tryanguł A B C, będzie miał za miarę połowę produktu z Bazy B C, multyplikowaney przez Perpendykularną AD, która też iest wysokością Tryangułu.

Zatym miara Tryangułu iest połowa produktu z iego wysokości multyplikowaney przez Bazę.

Mamy tedy sposób mierzenia wszystkich Placów liniami prostemi zamkniętych; ponieważ żadnego niemasz, któryby niemógł być podzielony na Tryanguły, z których wierzchołków iak się maią spuszczać Perpendykularne do Bazów, już iest wiadomo.

XV.

Ze w sposobie, któryśmy dopiero podali mierzenia Płaszczyzny i rozciągłości Tryangułów, nie są użyte iak tylko onych Bazy i wysokości, bez względu na długość boków: wynika ztąd propozycya abo Theorema następuiące: wszystkie Tryanguły, iakie są E C B, A C B maiące Bazę spólną BC, i wysokości równe EF, AD, równe, maią równą Płaszczyzny rozciągłość.

TAB: II. Fig: 2. Tryanguły maiące też samę wysokość i Bazę, maią równe rościągłości.

C XVI.

XVI.

Dla ułatwienia tego, co służy za fundament wymiarom Tryangułów, sądziliśmy, iż nie należało obierać za Bazę innego boku, iak ten tylko, do któregoby się mogła spuścić perpendykularna z wierzchołku naprzeciw onemu leżącego; co się zawsze wykonać może w wymiarach Placów ziemnych; z tym wszytkim ponieważ w komparowaniu Tryangułów, które maią też samę Bazę, perpendykularne spuszczone z wierzchołków, mogą padać za Tryanguł, iako w figurze 3; zda się że potrzeba weyrzeć, ieśli Tryanguły takie, iaki iest BCG, są zawsze połową Rektangułów ECBF, które maią perpendykularną GH za wysokość.

TAB: II. FIG: 3.

Lecz w tym można się łacno upewnić, uważaiąc, że Tryanguł CGH składaiący się ze dwu Tryangułów CGB, GBH, iest połową Rektangułu ECHG, który także składa się ze dwu Rektangułów ECBF, FBHG, a tak dwa

Tryan-

Tryanguły CGB, GBH wzięte razem czynią połowę Rektangułu ECHG; a że Tryanguł GBH, iest połową Rektangułu FBHG; więc rzeczony Tryanguł BCG iest połową drugiego Rektangułu ECBF, który ma BC za Bazę, á GH za wysokość.

XVII.

Propozycya demonstrowana w przeszłych trzech Artykułach, może być wyrażona w tych terminach: Tryanguły EBC, ABC, GBC, są równe, gdy ieno maią Bazę spólną BC, i gdy się znayduią między temi samemi Parallelami EAG, CBH, to iest: gdy onych wierzchołki wpieraią w tę samę linią prostą EAG, Parallelę do linii BC, która służy im za Bazę. W ten czas bowiem (Art: XI.) wysokości ich mierzone perpendykularnemi EF, AD, GH, są równe.

TAB: II. FIGURA 4.

Tryanguły maiące też samę Bazę i między temiż samemi parallelami zamknięte, maią równe rozciągłości.

XVIII.

Między różnemi figurami, które

się

ſię liniami proſtemi zamykaią, a mierzone być mogą ſposobem dopiero wyłożonym, znayduią ſię takie, które dochodzą regularności Rektangułów. Są to Płaszczyzny takie, iaka ieſt ABCD, zamknięte czterma ścianami, z których każda do leżącey naprzeciw ſiebie iest Parallella. Te figury zowią ſię Parallellogrammy, i są łacnieysze do mierzenia nad inne z proſtych linii złożone, wyiąwszy Rektanguły. Jeśli bowiem Parallellogram ABCD rozdzieli ſię na dwa Tryanguły ABC, ACD, te będą widomie równe: á że każdy z tych Tryangułów ieſt połową Produktu z wysokości AF multyplikowaney przez Bazę BC, więc Parallellogram będzie miał za miarę produkt cały z Bazy BC multyplikowaney przez wyſokość AF.

TAB: II. Fig: 5.

Równoległoboki

Parallellogrammy są to Figury zamknięte czterma ścianami, z których każda do leżącey naprzeciw siebie ieſt parallella.

Parallellogrammy równe są produktowi z wysokości onych multyplikowaney przez Bazę.

XIX.

Z tąd idzie, że wſzyſtkie Parallelogrammy ABCD, EBCF, które maią ſpólną Bazę, i znayduią ſię między temiż Parallellami, są równe: co łacno widzieć ſię daie, nawet mimo tego, co ſię wyżey mówiło, uważaiąc tylko że Parallellogram ABCD zamieni ſię w Parallellogram EBCF, gdy ſię mu przyda Tryanguł DCF, z figury zaś cały ABCF, odetnie ſię Tryanguł ABE; á tak ponieważ dwa Tryanguły, DCF, ABE wedle suppozycyi są równe, widomo ieſt, że Parallellogram ABCD, nieodmieni swoiey rozciągłości zamieniony w EBCF.

TAB: II. Fig: 6. albo 7.

Parallellogrammy które maią ſpólną Bazę, á znayduią ſię między temiż samemi parallellami, są równe ſobie co do rościągłości.

Dla upewnienia ſię zaś o równości tych Tryangułów, dość będzie uważyć, że ponieważ AB, i CD są Parallelle, niemniey iako BE, i CF, Tryanguł ABE nic innego nie będzie, ieno Tryanguł DCF, gdy ſię na swey Bazie tak posunie, że punkt A przypadnie na D, á zaś E na F.

XX.

Są ieſzcze inne figury liniami proſtemi zamknięte, które łacno ieſt mierzyć, i które nazywaią ſię Poligonami regularnemi; są to figury maiące boki równe, i rôwnie do siebie nakłonione; ta-

Poligony regularne ſą to Figury zamknięte ſcianami równemi, i równie do ſiebie ſkłonionemi.

TAB: II. FIGURA 8. 9. i 10.

rakie są ABDEF, ABDEFG, ABDEFGH. A ponieważ ieſt zwyczay używać kształtu symetrycznego tych figur do fontan, ogrodów, placów publicznych &c, zdami ſię, iż nim przyſtąpim do mierzenia onych, trzeba wprzód wiedzieć ſposób onych rysowania.

XXI.

Sposób napisania Poligonu maiącego pewną liczbę boków.

Napiszmy Peryferyą iakiego cyrkułu, podzielmy onę na tyle części równych, ile chcęmy dać boków Poligonowi, na resztę poprowadzmy linie AB, BD, DE, &c, przez punkta A, B, D, E &c. które podzielą Poryforyą: á będziemy mieli Poligon żądany, który ſię nazywać będzie Pentagonem, Hexagonem, Heptagonem, Oktogonem, Enneagonem, Dekagonem, wedle tego, iako będzie miał albo pięć, albo szcesć, albo siedm, albo ośm, albo dziewięć, albo dziesięć, &c, boków.

Pentagon ma 5. boków, Hexagon 6, Heptagon 7, Oktogon 8, Enneagon 9, Dekagon 10, &c.

XXII.

XXII.

Wymiar rozciągłości Poligonu regularnego.

Do wymierzenia iakiegokolwiek Poligonu regularnego można by użyć ſposobu, który dla wſzyſtkich figur proſtemi liniami zamkniętych iuż iest w Artykule XIII podany; wſzakże każdy łacno poſtrzedz może, że ſposób ieſt naykrótſzy, podzielić Poligon na Tryanguły równe, z którychby każdy miał centrum C za wierzchołek. Wziąwszy bowiem ieden z tych Tryangułów naprzykład CBD, á przeprowadziwszy do Bazy BD perpendykularną CK, która w tym razie zwać ſię będzie Perpendykułem Poligonu; ponieważ Płaſzczyzna Tryangułu ieſt równa produktowi z Bazy BD multyplikowaney przez połowę perpendykułu CK, ten produkt wzięty tyle razy, ile Poligon ma boków, da Płaszczyznę figury całey.

TAB: II. FIG: 10.

Perpendykuł Poligonu jeſt tó linia Perpendykularna z Centrum figury do iednego z boków oney prowadzona.

XXIII.

Niechby Peryferya cyrkułu nie była

równoboczny

Tryanguł równo-ścienny iest ten, który ma wszystkie trzy boki równe.

była rozdzielona, iak na trzy tylko części równe, uformowałby się Tryanguł pospolicie zwany Tryanguł równościenny. Niechby taż Peryferya podzielona była na cztery części równe, uformowałby się kwadrat; lecz te dwie figury iako nayprostsze i nayłatwieysze ze wszystkich Poligonow można łacno rysować, nieużywaiąc do tego dywizyi cyrkułu; iako się to dało widzieć w Artykule IX. na konstrukcyi Kwadratu. Względem Tryangułu równo-ściennego łacno iest postrzedz, iż chcąc go odrysować na iakieykolwiek Bazie daney AB, trzeba z punktów A, i B iako z centrów otworem Cyrkla równym Bazie AB, napisać łęki DCF, GCH, dopieroż z punktów A, i B prowadzić linie AC, BC do punktu C, który iest intersekcyą spólną łęków DCF, GCH, á wierzchołkiem żądanego Tryangułu.

Sposób napisania tryangułu równo-ściennego,

TAB: II. FIG: 11.

XXIV.

Do tego sposobu, którym się rysuią Geometrycznie naypierwsze ze wszyst-

wszystkich Poligonów, to iest Tryanguł równo ścienny, i Kwadrat, mógłbym przyłączyć sposob rysowania Geometrycznie Pentagonu, idąc za przykładem wielu Autorów, lecz poczynaiącym, dla których iedynie to piszę, byłoby bardzo trudno postrzedz owę drogę, którey rozum trzymać się musiał, szukaiąc sposobu napisania Geometrycznie tey figury; drogę, którą sama tylko Algebra łacno odkryć i ukazać może: zda mi się przeto iż opisanie Pentagonu należy odłożyć do Algebry, gdzie się ogulnie traktować będzie o opisaniu wszystkich Poligonów, tych nawet, które maią więcey boków niż Pentagon, i które bez pomocy Algebry niemogą być Geometrycznie rysowane. Z liczby iednak tych Poligonów, o których dopiero mówiliśmy, że niemogą być Geometrycznie rysowane bez rachunku Algebraicznego, wyłączyć należy te, które maią 6, 12, 24, 48, &c. oraz 8, 16, 32, 64, &c. boków. Te bowiem łacno rysować można Geometrycznie, to iest: temi

 sposo-

ſpoſobami, które podaie Geometryá początkowa; iako ſię to da widzieć przy końcu tey pierwſzey części.

XXV.

Wracaiąc ſię do wymiarów ziemnych widzę, iż częſtokroć, te Place, które mierzyć chcęmy, są tey natury, że ſię nie daią użyć operacyom przepiſanym w ſpoſobach wyżey podanych.

TAB: II. Fig: 12.

Niech będzie naprzykład ABCDE figura iakiego pola, zwierzyńca &c. którego wymiar ieſt potrzebny. Wedle tego, co ſię wyżey mówiło, trzebaby podzielić ABCDE na Tryanguły ABC, ACD, ADE, i one z mierzyć przez ſpuſzczenie perpendykularnych EF, CH, BG; lecz daymy że w rzeczonym Placu znayduie ſię iaka przeszkoda, naprzykład: góra, las, iezioro, &c. którąby przeszkoda niedopuściła prowadzić linii potrzebnych; cóż w tym razie czynić? iakiego ſpoſobu chwycić ſię dla ułatwienia tych trudności? ſpoſob naynaturalnieyſzy, i który ſię sam na myśl nawiia, ieſt ten: obrać iaki plac

plac równy, á do czynienia wymiarów ſpoſobny i łatwy; na tym placu napiſać Tryanguły równe i podobne Tryangułom ABC, ACD &c. Obaczmyż iak mamy poſtąpić w uformowaniu tych nowych Tryangułów.

XXVI.

TAB: III. Fig: 1.

Maiąc wiadome trzy ściany iakiego tryangułu, uczynić inny Tryanguł iemu równy.

Pocznimy od ſuppozycyi, że ów las, góra, lub iezioro do wymiaru przeszkadzaiące znayduią ſię w samym obrębie Tryangułu ABC, którego boki są wiadome, i któremu równy i podobny Tryanguł na Placu obranym ma być napisany. Naprzód tedy prowadzić należy linią DE równą Bazie AB; dopieroż wziąwſzy ſznur długości BC, i ieden koniec iego utkwiwſzy w punkcie E, napisać łęk IFG, którego rzeczony ſznur promieniem będzie; potym drugim ſznurem równym bokowi AC, którego koniec ma być utkwiony w punkcie D, napisać łęk KFH, który przetnie łęk pierwiey napisany IFG, na punkcie F. Na koniec poprowadzić linie DF, FE. To uczyniwſzy

TAB: III. Fig: 1 i 2.

D2 bę-

będziem mieli Tryanguł DEF równy, i zgoła podobny Tryangułowi ABC, iednę z namienionych przeszkod do wymiaru maiacemu. Co żadney wątpliwości niepodlega: ponieważ bowiem linie DF, i EF, które się zchodzą u punktu F, są równe liniom AC, BC zchodzącym się u punktu C; nadto ponieważ Baza DE równa iest Bazie AB, rzecz iest niepodobna, żeby pozycya linii DF, i EF względem DE, miała być różna od pozycyi linii AC, i BC względem AB. Prawda to, że zamiast linii DF, i EF możnaby wziąć D*f*, i E*f*, na drugiey stronie bazy DE; lecz tym sposobem Tryanguł byłby na wspak wywrócony, ale odpierwszego nie różny.

XXVII.

TAB: III. FIG: 3.

Gdyby niemożna było zmierzyć, iak dwa tylo ze trzech boków Tryangułu ABC, naprzykład: AB, BC; widomo iest, iż niemożnaby było determinować drugiego Tryangułu DEF, który powinien być równy, i zgoła podobny Tryan-

TAB: III. FIG: 3 i 4.

Tryangułowi ABC. Chociażby bowiem wzięto Bazę DE równą Bazie BC, oraz bok DF, równy bokowi BA, nie wiedzianoby iednak iaką dać pozycyą bokowi DF, względem Bazy DE. Do ułatwienia tey trudności sposob naynaturalnieyszy iest ten: potrafić żeby bok DF, tak zgoła był skłoniony do Bazy DE, iako skłoniony iest bok AB do Bazy BC; albo żebyśmy wyrazili toż samo Geometrycznie: uczynić Anguł FDE, równy Angułowi ABC.

Anguł iest skłonienie się iedney linii do drugiey.

XXVIII.

Uczynić anguł równy drugiemu.

Do wykonania tey operacyi używany bywa Instrument, taki naprzykład, iaki iest *abc*, złożony z dwu Reguł, któreby się mogły obracać koło centrum *b*. Te gdy się położą na bokach Tryangułu AB, i BC, uczynią ten sam Anguł, który zawieraią rzeczone boki AB, i BC. Dopieroż gdy się Reguła *bc* przeniesie i położy na Bazie DE tym sposobem, żeby centrum *b*, zgodziło się z punktem D, á otwor Instrumentu ten sam został, który był pierwiey, gdy Reguły

guły applikowane były do bokow AB i BC; Reguła *ab* determinować będzie pozycyą linii DF, która z linią DE uczyni Anguł FDE równy Angułowi ABC. A że cała długość linii AB przez suppozycyą wiadoma może się przenieść na linią DF: więc nic nie zostaie, iako przez punkta F, i E, przeprowadzić linią prostą FE, która zamknie Tryanguł FED, zgoła równy i podobny Tryangułowi ABC. Ten sposób naturalny i prosty zasadza się na oney fundamentalney i przez się widomey prawdzie: że Tryanguł zupełnie determinuie się przez długość dwu boków, i przez Anguł między niemi zawarty, albo, co natoż samo wychodzi, że dwa Tryanguły są sobie równe, skoro w nich dwa boki równe są, i równy zawieraią Anguł.

Tryanguł. w którym dwle ściany, i anguł między niemi zawarty są wiadome, iest determinowany.

XXIX.

TAB: III. Fig: 5 i 6.

Możnaby ieszcze uczynić Anguł FDE równy Angułowi ABC, sposobem następuiącym.

Z cen-

Z centrum B, iakimkolwiek promieniem B *a*, napisz łęk *abc*; z Centrum takoż D, tąż samą miarą napisz łęk *eif*; co gdy uczynisz, nie zostanie ci, iako szukać punktu *f*, któryby się znaydował na łęku *eif* tak położony, iako punkt *a* na łęku *abc*; łacno zaś ten punkt znaydziesz, używszy linii prostey *ac*, która od Łacińskich Geometrów *chorda*, á od dawnych Polaków zowie się cięciwą. Gdy bowiem z centrum *e*, promieniem równym linii *ac*, napiszesz łęk *lfk*, intersekcya dwu łękow *eif*, *lfk* będzie punktem szukanym *f*. Ten znalazszy, prowadz przez pnnkta D, i *f*, linią prostą D*f*F, á będziesz miał Anguł FDE równy Angułowi ABC. Co przez się iest iasno (Art: XXVI.) ponieważ Tryanguły B*ac*, D*fe*, będą zgoła równe, i podobne sobie co do wszystkich swych części.

Drugi sposób napisania Angułu równego drugiemu.

Chorda. albo cięciwa iest linia prosta maiąca spolne końce z końcami albo ostatniemi punktami łęku.

XXX.

TAB: III. Fig: 3 i 4.

Gdyby chciano napisać Tryanguł FDE równy Tryangułowi ABC, á nie możnaby było zmierzyć, iak ieden tylo

lo bok onego, naprzykład B C, na ów czas trzebaby zasięgnąć pomocy od Angułow A B C, i ACB, á to w ten sposób: uczyniwszy Bazę DE równą Bazie BC, z ostatniech oney punktów D, i E, tak poprowadzić linie DF, i EF, ażeby z Bazą DE czyniły też same Anguły, które czynią AB, i AC, z Bazą BC. Tak poprowadzone linie DF, EF gdy się z sobą zeydą, zamkną Tryanguł FDE równy i podobny Tryangułowi ABC. Prawda, na którey się ta operacya zasadza, tak iest z siebie łatwa, ze żadney demonstracyi nie potrzebuie.

Dwa Anguły, i iedna ściana determinuią Tryanguł.

XXXI.

TAB: III. FIG: 7.

Gdyby ze trzech boków Tryangułu A B C, niemożna było mierzyć, iak tylo Bazę BC, á wiadomo zkąd inąd było, że ten Tryanguł iest Izoscel, albo dwa równe boki maiący: w takim razie widomo iest, iż byłoby dosyć zmierzyć ieden ze dwu Angułów ABC, ACB, ponieważ drugi byłby mu równy. Przyczynę tego łacno widzieć, stawiąc

Tryanguł Izoscel iest ten, który ma dwie równe ściany.

równoramienny

wiąc sobie przed oczy, coby się na ów czas zdarzyło, gdyby dwa boki AB, i AC, Tryangułu ABC, były położone na liniach BD, i CE, które nic innego nie są, iak tylko Bazy B C, w iednę i w drugą stronę pociągnienie, dopieroż gdyby znowu tak podniesione były, ażby się onych końce zeszły u punktu A; bez wątpienia toby się na ów czas trafiło, iż te dwa boki będąc równe, musiałyby zbliżaiąc się do siebie przebiec równy przeciąg; więc zszedłszy się u punktu A, skłaniałyby się równie do Bazy BC: zatym Anguł ABC byłby równy Angułowi ACB.

Anguły w Tryangule równościennym od dwu boków równych, i Bazy zawarte, są sobie równe.

XXXII.

Wróćmy się do wymiarów ziemnych. Te uważaiąc widzieć można, iż mimo wszystkich tych przeszkod, które się w samym obrębie Figur zdarzyć mogą, zawsze będzie łacno, sposobem wyżey podanym, przenieść na pole równe, á od przeszkod zgoła wolne, wszystkie te Tryanguły, na które się podzieli plac do wymiaru dany.

TAB: III. Fig: 8. Chciałbyś naprzykład wymierzyć iaki las, ktòregoby figura była ABC-DEFG. Postąpiłbyś w tym razie tym sposobem: na placu obranym uformowałbyś Tryanguł równy Tryangułowi ABC, á to mógłbyś wykonać, nie wchodząc zgoła do śrzodka Tryangułu ABC, ale tylo wymierzywszy dwa boki AB, i BC, oraz Anguł między niemi zawarty CBA. Ten Tryanguł napisany dałby ci Anguł BCA, i długość boku AC; á że mógłbyś zmierzyć bok zewnętrzny DC, więc miałbyś iuż w Tryangule CAD, boki DC, i CA. Co TAB: III. Fig: 8. 19. się tycze Angułu DCA, znalazłbyś go biorąc naprzód Anguł IKL równy Angułowi DCB, potym Anguł LKO równy Angułowi BCA: te zostawiłyby ci Anguł IKO równy Angułowi DCA.

Determinowawszy tak Tryanguł ADC przez dwa boki DC, CA, i przez Anguł między niemi zawarty DCA, miałbyś Tryanguł DAG, i resztę Figury.

XXXIII.

XXXIII.

Podany dopiero sposób mierzenia tych Placów, na którychby niemożna było prowadzić linii do wymiaru potrzebnych, wielkim częstokroć i nieprzebytym podlega trudnościom. Rzadko bowiem to bywa, że przy Placu, który mierzyć mamy, znayduie się iakie pole równe, od wszystkich przeszkod wolne, á do formowania Tryangułów równych tym, któreby się na Placu do wymierzenia danym formować miały, dostateczne. A chociażby się i znaydowało, sama wielkość boków może barzo zatrudnić operacye. Spuścić naprzykład Perpendykularną z iakiego punktu na 500 sążni odległego, do iakiey linii, byłaby to robota barzo cięszka á prawie do wykonania niepodobna. Dla uniknienia tych tedy wielkich operacyi, potrzeba mieć inny sposób. Ten sam się poniekąd ofiaruiąc, TAB: IV. Fig: 1, i 2. każdemu przywiedzie na myśl reprezentować figurę ABCDE, o którey wymiar idzie, przez podobną figurę *abcde* daleko mnieyszą, w którey by

 na-

naprzykład bok *ab* miał 100 calów, ieśli w figurze wielkiey bok AB ma 10 sążni, á bok *bc* 45 calów, ieśli BC ma 45 sążni. Dopieroż wnieść, że ieśli rozciągłość figury małey *abcde* zawiera w sobie 60000 calów Kwadratowych, rozciągłość figury ABCDE powinna zawierać 60000 sążni Kwadratowych. Wszakże naypierwiey wiedzieć należy, na czym ſię zasadza podobieńſtwo dwu figur.

XXXIV.

Na czym zawiſſo podobieńſtwo dwu Figur.

Lecz wziąwſzy to na uwagę, natychmiaſt każdy poſtrzeże, że do podobieńſtwa figur *abcde*, ABCDE potrzeba koniecznie, aby Anguły A,B,C,D, E, figury większey, były równe Angułom *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, figury mnieyszey; nad to aby boki *ab*, *bc*, *cd*, &c. Figury mnieyſzey tyle zawierały cząſtek małych *p*, ile zawieraią boki AB, BC, CD, &c, części wielkich P.

XXXV.

Geometrowie chcąc tę drugą kondycyą

dycyą

dycyą wyrazić, mówią: że ściany czyli boki AB, BC, CD &c, powinne być proporcyonalne ścianom *ab*, *bc*, *cd* &c; albo że ściana AB tylekroć ma w sobie zawierać ścianę *ab*, ilekroć ściana BC zawiera ścianę *bc*; albo że ściana AB ma być tak wielka względem *ab*, jak ieſt wielka ściana BC względem *bc*; albo ieſzcze że taż sama powinna być relacya między AB, i *ab*, iaka ieſt między BC, i *bc*; albo nakoniec że AB tak się ma mieć do *ab*, iak ſię ma BC, do *bc*, &c. Wszytkie te ſposoby mówienia tęż samę rzecz wyrażąią, lecz potrzeba do nich przywyknąć, chcąc Geometrów rozumieć.

XXXVI.

Spoſob, którymſię ma rysować iaka Figura podobna drugiey.

Widzieliśmy na czym ſię zasadza podobieńſtwo dwu figur, obaczmy dopiero, co za ſposób podaie nam natura do rysowania figur sobie podobnych. Na ten koniec przypatrzmy ſię człowiekowi Rysunkiem bawiącemu ſię, który większą figurę chce przenieść na mnieyſzą.

Na-

Naprzód on wziąwſzy *ab*, dla reprezentowania Bazy AB w Figurze ABCDE, którą chcę przenieść, tak do *ab* nakłania linie *ae*, i *bc*, iak są nakłonione AE, i BC do AB, tego zawsze przeſtrzegaiąc, aby długość *ae*, i *bc* tak się miała do długości *ab*, iako ſię ma długość AE, i BC do długości AB, to ieſt: aby ieśli AE ieſt naprzykład połową linii AB, on też uczynił linią *ae* równą połowie linii *ab*, i aby tymże samym ſposobem poſtąpił w determinowaniu długości linii *bc* względem linii BC.

Dopieroż maiąc on determinowane punkta *e*, *c*, prowadzi dwie linie *ed*, *cd*, które tak nakłania do linii *ea*, *cb*, iak są nakłonione linie ED, CD, do linii EA, CB; á podłużaiąc te linie póty, aż ſię zbiegą u punktu *d*, zamyka i kończy figurę *abcde*.

XXXVII.

Zaſtanowmy się nieco dopiero nad tą figurą przenieſioną, á pewnie obaczęmy, że iey konſtrukcya wſpiera ſię

ra ſię iedynie na równości, która iest między Angułami E, A, B, C, i Angułami *e*, *a*, *b*, *c*, oraz na proporcyi, która zachodzi między liniami EA, AB, BC, á liniami *ea*, *ab*, *bc*, tak dalece, że figura zupełnie ieſt przenieſiona, chociaż nic nieczyniono, żeby Anguł *d* był równy Angułowi D, á linie *ed*, *cd* były proporcyonalne liniom ED, CD; Co mogłoby ſprawić wątpliwość, ieśli Anguł *d* w rzeczy samey ieſt równy Angułowi D, á linie *ed*, *cd* proporcyonalne liniom ED, CD, zatym ieśli figura *abcde* ieſt zgoła podobna Figurze ABCDE; lecz chociażby niebyło innego ſposobu do upewnienia ſię w tey mierze, samo doświadczenie miałoby tę wątpliwość uſpokoić. A do tego za lekkim uważaniem rzeczy, poſtrzec można, że skoro cztery Anguły E, A, B, C, równe są czterem Angułom *e*, *a*, *b*, *c*, á trzy boki EA, AB, BC, są proporcyonalne trzem bokom *ea*, *ab*, *bc*, Anguły też D, *d* muſzą być sobie równe, á linie ED, CD liniom *ed*, *cd*, proporcyonalne.

Wszak-

Wszakże dla oddalenia wſzelkiey wątpliwości, i wſzelkiego podeyrzenia, pokażmy: iż wſzyſtkie kondycye, których wyciąga podobieńſtwo dwu figur, taki z sobą związek maią, że iedne od drugich koniecznie zawiſſy. Pokazać nam to łacno będzie w Tryangułach, które będąc ze wſzyſtkich Figur nayproſtsze, do złożenia wſzyſtkich wchodzą. Uwaga i roztrząśnienie onych, przywiedzie nas do poznania wſzyſtkich własności, figur sobie podobnych.

XXXVIII.

TAB: IV. FIG: 3 i 4.

Ieśli dwa Anguły iakiego Tryangułu równe są drugim dwóm angułom innego Tryangułu, trzeci też Anguł w pierwszym ieſt równy trzeciemu w drugim tryangule.

Daymy, że kto na Bazie *ab* rysuie Tryanguł *abc*, biorąc tylo Anguły *cab*, *cba* równe Angułom CAB, CBA, Tryangułu ABC; naprzód pewni będziemy, że trzeci Anguł *a c b* zrówna ſię trzeciemu ACB.

Niech bowiem Tryanguł *abc* położony będzie na Tryangule ABC, tym ſposobem, żeby punkt *a* przypadł na punkt A, takoż *ab* na AB, *ac* na AC; widomo ieſt, że linia *cb* będzie Parallela do CB: á to dla tego, że linia *cb* podłużona

dłużona nie mogłaby ſię zeyść z linią CB, chyba, że te dwie linie byłyby do AB nie równie ſkłonione, a tym samym Anguły *cba*, CBA nie równe, co byłoby przeciwko suppozycyi. Iako z równości Angułów *cba*, CBA wynika to, że linie *cb*, CB są Parallelle, tak z Parallelizmu tychże linii wynikać muſi, że Anguły *acb*, ACB będą równe; a to ieſt cośmy demonſtrować przedsięwzięli.

XXXIX.

We dwu tryangułach maiących też same anguły, boki są proporcyonalne.

Dopiero pokażmy, że boki korresponduiące we dwu Tryangułach *acb*, ACB, maiących też same Anguły, są proporcyonalne.

TAB: IV. FIG: 3, i 4.

Chcąc tę rzecz gruntowniey uważyć, położmy naprzykład, że *ab* ieſt połową linii AB, trzeba będzie pokazać, że *ac* ieſt też połową linii AC, oraz *bc* połową linii BC. Nad to niech Tryanguł *acb* tęż samę ma pozycyą w Tryangule ACB, którą ma A*cb*, tak iako w Artykule przeszłym; na ów czas ieśli ſię poprowadzi linia *cg* Parallella do

 AB,

AB, widomo ieſt, że ta linia zrówna się linil *b*B, albo A*b*, także *g*B linii *cb*. A że Anguły *cg*C, C*cg* oczewiście będą równe Angułom *cb*A, *c*A*b*, Tryanguł C*cg* zrówna ſię Tryangułowi *c*A*b* (Artyk: XXX.) Więc linia C*c* będzie rowna linii A*c*, także C*g* linii *cb*, albo *g*B. Zatym A*c*, albo *ac* będzie połową linii AC, á zaś *cb* połową linii CB.

TAB: IV. Fig: 3, i 5. Ieśliby *ab* zawierała ſię trzy, cztery, albo tyle razy, ile się podoba w AB: byłoby równie łacno pokazać, że *ac*, tyleżby ſię razy zawierała w AC, á zaś *cb* w CB. Z punktòw bowiem *b*, *f*, bazy AB, poprowadziwſzy *bc*, *fh* Parallele do BC, można by położyć wzdłuż linii AC trzy, cztery, lub więcey Tryangułów *acb*, *chg*, *h*C*i* równych Tryangułówi *acb*.

TAB: IV. Fig: 3, i 6. Lecz ieśli *ab* zamiaſt tego, coby ſię miało trzy, lub cztery razy &c zawierać zupełnie w AB, zawierałoby ſię z iaką frakcyą, naprzykład pòł-trzecia raza: na ów czas dowiodłoby ſię, że też *ac*

ac pół-trzecia raza byłoby zawarte w AC, oraz *bc* w BC.

Chociaż bowiem między Parallelami *bc*, *fh*, położonoby wzdłuż ściany AC, dwa Tryanguły A*cb*, *chg* równe Tryangułowi *acb*, iednak między dwóma Parallelami *hf*, i CB, ieſzczeby ſię zoſtało mieysce dla Tryangułu C*hi*, którego boki byłyby połową boków Tryangułu *c*A*b*; co ieſt widomo, ponieważ przez suppozycyą linia *f*B byłaby połową linii A*b*, á baza *hi* Tryangułu C*hi* zrównałaby ſię linii *f*B dla Parallelizmu linii *hf*, i CB. Więc ogulnie, skoro we dwu Tryangułach ABC, *abc*, też same są Anguły, Tryanguły takie zwane od Geometrów podobnemi, mają boki proporcyonalne, albo, co na toż samo wychodzi, ściany AB, BC, AC, iednego z tych Tryangułów ABC, tyle zawieraią części większych P, ile ściany *ab*, *bc*, *ac*, drugiego Tryangułu *abc* maią części mnieyſzych *p*. Gdzie ſię przez Prozumie łokieć, sążeń, pręt &c, albo ogulnie iakakolwiek miara do konſtrukcyi Tryangułu ABC użyta, á

przez *p* inna także miara ze Skali * łokcie, sążnie, pręty w mnieyszych Dymensyach reprezentuiącey wzięta, którey do napisania tryangułu *abc*, użyto.

XL.

Z demonstrowaney dopiero propozycyi wynika solucya iednego Problema, częstokroć w praktyce pożytecznego.

Potrzeba naprzykład podzielić iaką linią na pewną liczbę części równych;

* Skala termin Łaciński od Polskich Geometrów używany znaczy długość wedle upodobania wziętą, á na części coraz mnieysze tym sposobem podzieloną, żeby do reprezentowania miar w kraiu pospolitych z mnieyszemi onych podziałami, była zgodna. Tak naprzykład linia na pół łokcia lub czwartą tylko część łokcia długa może się podzielić na 10, 15, 20, &c części równych. Z tych pierwsza lub ostatnia gdy się podzieli na 10, á z tych każda ieszcze na 10: linia ta albo raczey Skala może reprezentować w większych swych częściach sznury Litewskie, w mnieyszych zaś pręty, á w mnieyszych ieszcze, pręciki: ponieważ 10 prętów w sznu-

nych; tobyśmy wprawdzie wykonać mogli szukaiąc onych na domysł, i omackiem; lecz nigdyby się to niedziało z ową pewnością, którą nam sprawuią Reguły Geometryczne.

Podzielić linią prostą na tyle równych części ile się podoba.

Daymy naprzykład, że linia AB ma się podzielić na trzy części równe; żeby się to wykonało, naprzód należy prowadzić linią wedle upodobania długą AC, któraby czyniła iakikolwiek Anguł z linią AB; potym iakimkolwiek Cyrkla otworem wyznaczyć na teyże linii

TAB: IV, FIG: 5.

sznurze á 10 pręcików w pręcie liczemy. Żeby zaś te Diwizye pewnieysze i znacznieysze były, Geometrowie zamiast linii biorą parallelogram rektangularny dobrze, podłużony, w którym przez podział boków oraz prowadzenie parallel i Dyagonalnych linii otrzymuią Skalę Geometryczną, wygodniey mnieysze coraz á mnieysze części miar pospolitych reprezentuiącą. Takie Skale daią się widzieć w sztućcach Mathematycznych na regułach mosiężnych, do których mało co przyłożywszy attencyi, łacno każdy widzieć może, że się toż samo wykonywa w rzeczonym Parallelogrammie, cośmy wprzód mówili o linii.

linii trzy części równe Ac, ch, hC; na koniec przeprowadzić linią CB, i do niey parallele cb, hf, przez co linia AB, na punktach b, i f rozcięta, znayduie się na trzy części równe podzielona; co z Artykułu przeszłego dość iest iasno.

XLI.

Ieśliby chciano podzielić iaką linią na części, którychby liczbę wyrażał frakt iaki, naprzykład dwa i pół, trzy i czwierć &c, albo ieśliby kto sobie w powszechności założył tak rozciąć linią AB na punkcie b, żeby AB tak się miało do Ab, iako się ma linia NO do linii MQ; widomo iest, że solucya tego Problema zawisłaby od Art: XXXIX; to iest że trzebaby przez punkt A, poprowadzić iaką linią prostą, wziąć na niey części Ac, i AC, równe liniom MQ, NO, dopieroż uczynić cb parallele do CB; na ten czas punkt b byłby punktem żądanym.

Co to iest linia czwarta proporcyonalna i iak się znayduie?

TAB: IV. FIG: 6.

Problema, któreśmy dopiero solwowali, Geometrowie inaczey tak wyra-

wyrażaią: danym trzem liniom NO, MQ, AB, znaleść czwartą proporcyonalną.

XLII.

Rzecz iest z siebie widoma, że we dwu podobnych Tryangułach ABC, abc nietylko boki będą proporcyonalne bokom, ale nad to perpendykuły CF, cf, z wierzchołków C, c, do baz AB, ab, spuszczone, zachowaią proporcyą boków; co tak łacno iest demonstrować z tego, co się wyżey mówiło, że dłużey nad tym bawić się próżnaby rzecz była.

TAB: IV. FIG: 7, i 8.

Wysokości tryangułów podobnych są proporcyonalne ich bokom.

XLIII.

Co się tycze rozciągłości podobnych Tryangułów ABC, abc, widomo iest, że *area* albo rozciągłość pierwszego tyle zawierać będzie Kwadratów X napisanych miarą P, ile *area* drugiego zawierać będzie Kwadratów x napisanych miarą p. Ponieważ bowiem CF, i AB, iakośmy w przeszłym Artykule wi-

widzieli, tyle będą miały wielkich części P, ile *cf*, i *ab* małych cząstek *p*; połowa produktu z linii CF multyplikowaney przez AB, która ieſt miarą Tryangułu ABC, (Artyk: XIV:) da też samę liczbę, którą da miara Tryangułu *abc*, albo połowa produktu z linii *cf* multyplikowaney przez *ab*; z tą iednak różnicą, że, ponieważ DF, i AB liczą ſię w częściach P, produkt onych liczyć ſię będzie w Kwadratach X; a że *cf*, i *ab*, liczyć ſię maią w cząſtkach *p*, więc dadzą produkt, który ſię liczyć będzie w Kwadratach *x*.

XLIV.

To cośmy mówili o mierze Tryangułów podobnych, służy za dowod iedney propozycyi, która w Elementach Geometryi tak ſię poſpolicie wyraża: Ieśli dwa tryanguły ABC, *abc* są sobie podobne: tak się ma Tryanguł ABC do Tryangułu podobnego *abc*, iak się ma Kwadrat ABDE boku AB do Kwadratu *abde* boku korreſponduiącego *ab*.

Płaſzczy tryangułów podobnych maią ſię do siebie, iak Kwadaaty boków korresponduiących.

Ta konsekwencya koniecznie wynika

nika z demonſtracyi w Artykule przeszłym zawartey. Ponieważ bowiem Kwadrat ABDE tyle w sobie zawiera wielkich Kwadratów X, ile zawiera *abde* Kwadratów małych *x*, widomo ieſt, że dwie liczby Kwadratów X, które wyrażaią relacyą Tryangułu ABC do Kwadratu ABDE, są równe liczbom Kwadratów *x*, które ukazuią relacyą Tryangułu *abc* do Kwadratu *abde*; albo, co na toż samo wypada, że Tryanguł ABC tak ſię ma do Kwadratu ABDE, iako Tryanguł *abc* do Kwadratu *abde*.

Ztąd idzie, że ieśliby naprzykład bok AB był we dwoie większy za bok *ab*, Tryanguł ACB byłby we czworo większy za Tryanguł *acb*; á ieśliby bok AB był trzy razy większy za bok *ab*, Tryanguł ACB byłby dziewięć razy większy za Tryanguł *acb* &c, ponieważ bok AB nie może być we dwoie większy za bok *ab*, żeby tym samym kwadrat ABDE nie był we czworo większy za Kwadrat *abde* &c.

XLV.

FAB: IV. Fig: 1, i 2.

Własności Figur podobnych wynikaiące z własności Tryangułów podobnych.

Zebyśmy od Tryangułów postąpili do innych figur, połóżmy, że do każdego że dwu Tryangułów podobnych ABD, *abd* są przyłączone dwa inne Tryanguły ADE, i BDC, *ade*, i *bdc*, z którychby dwa pierwsze były podobne dwu drugim; obaczęmy, iż w całych figurach ABCDE, *abcde*:

1. Anguły A, B, C, D, E, będą równe Angułom *a*, *b*, *c*, *d*, *e*; co iest widomo, ponieważ i pierwsze, i drugie będą albo Angułami korresponduiącemi Tryangułów podobnych, albo Angułami ztych angułów korresponduiących złożonemi.

2. Relacya zachodząca między ścianami korresponduiącemi DE, *de*, BC, *bc* &c. Figur ABCDE, *abcde*, będzie taż sama, to iest: ieśli P, naprzykład, tyle razy zawiera się w bazie AB, ile razy *p* znayduie się w *ab*, tedy P tyle razy w każdym boku figury ABCDE znaydować się musi, ile razy *p* w każdym z boków korresponduiących Figury *abcde* zawarte będzie. Dla podobieństwa bowiem Tryangułów ABD, *abd*, liczba części P składaiących ścianę AD zrówna się liczbie cząstek *p* zawartych w *ad*. Dopieroż ieśli te ściany wzięte będą za Bazy Tryangułów podobnych ADE, *ade*, liczba części P zawartych w DE zrówna się liczbie cząstek *p*, które zawierać będzie ściana *de*.

3. Ieśliby we dwu rzeczonych figurach poprowadzono linie sobie korresponduiące, iakie są CE, *ce*, albo perpendykularne DF, *df* &c; te linie miałyby do siebie też samę relacyą, która zachodzi między bokami korresponduiącemi tych dwu figur.

Więc figury ABCD, *abcd*, co do wszystkich swych części będą sobie podobne.

XLVI.

Gdy figura *abcde* tak się napisze, że będzie figurze ABCDE doskonale podobna, widomo iest, że chcąc odrysować inną ieszcze figurę, figurze *abcde*

zgoła równą, á zatym figurze ABCDE także podobną, byłoby próżno mierzyć wſzytkie ściany i wſzytkie Anguły rzeczoney figury *abcde*, ale byłoby dosyć wziąć trzy ściany *ab*, *ea*, *bc*, i cztery Anguły *e*, *a*, *b*, *c*, ato maiąc, możnaby ſię ubeśpieczyć, że nowa figura będźie równa figurze *abcde*, á do ABCDE podobna. Co służy za demonſtracyą zupełną tego, co w Arktykule XXXVII, na doświadczeniu raczey, niż na dowodzie Geometrycznym zasadzono było.

Te uwagi możnaby daley rozſzerzyć; iasna bowiem rzecz ieſt, iż wedle rozmaitości figur, rozmaicie może być kombinowana liczba angułów i linii, które muſzą być koniecznie wymierzone w iedney figurze, ſkoro druga tak ma być napisana, żeby iey była proporcyonalna; ale zachodzić tak daleko, byłoby to niepotrzebnie czytelnika trudzić.

XLVII.

Możnaby demonſtrować tymże samym ſposobem, co w Artyk: XLIII; że

że liczba Kwadratów X, które zawiera figura ABCDE, równa ſię liczbie Kwadratów *x* w figurze *abcde* zawartych; á zatym że płaſzczyzny figur podobnych tak ſię maią do siebie, iako ſię maią do siebie Kwadraty boków korresponduiących.

Płaſzczyzny Figur podobnych tak ſię maią do siebie, iako ſię maią do siebie Kwadraty boków korresponduiących.

XLVIII.

Wszytko to, co się o figurach podobnych do tych czas mówiło, zamknąć można w tey iedney powſzechney propozycyi: że figury podobne niczym od siebie nieróżnią ſię, iak tylko różnością Skal, wedle których są napisane.

Figury podobne niczym od ſiebie nieróżnią ſię, iak tylko różnością Skal, wedle których są napisane.

XLIX.

Dopiero, żebyśmy lepiey zrozumieli, iak maią być użyte tryanguły podobne i redukcye figur wielkich do mnieyſzych, w przeszłych Artykułach opisane, gdzie idzie o wymiar placów, któreby do operacyi Geometrycznych niewygodne były, imaginuymy sobie, iż ABCDEF reprezentuie obręb iakiego

TAB: V. FIG: 1, i 2. go ogrodu, albo ieziora &c, któregoby chciano determinować rozciągłość; naprzód zmierzyć należy którąkolwiek ścianę figury, naprzykład FE, i obaczyć wiele ona będzie zawierać sążni, prętów &c, dopiero obrawszy wedle upodobania Skalę, (ARTYK: XXXIX:) na kartonie lub papierze napisać linią *fe*, któraby tyle zawierała części wziętych ze Skali, ile FE zawierać będzie sążni, prętów &c; potym uczyniwszy Anguły *def*, *dfe*, równe Angułom DEF, DFE, napisać Tryanguł *edf*, i w nim spuścić perpendykularną *eg* do bazy *df*; co gdy się stanie, wziąwszy ze Skali miarę linii *df*, i *eg*, można będzie wnosić, że, ile te linie zawierać będą części redukowanych, albo ze Skali wziętych, tyle DF, i EG będą miały sążni, prętów &c. A tak multyplikuiąc DF przez półowę perpendykularney EG, znaydzie się Area Tryangułu EDF; na resztę, wymierzaiąc tymże sposobem każdy z osobna tryanguł DCF; BCF, ABF, znaydzie się area całey figury.

L.

L.

Często się w praktyce nadarza potrzeba wymierzania odległości stacyi F, od innego iakiego mieysca, dla zawad nieprzystępnego; noweć to zda się być Problema, wszakże solucya onego wcześnie iuż w Artykule przeszłym iest dana. Ponieważ bowiem do mierzenia odległości DF, niczego więcey, prócz podobieństwa Tryangułów *def*, DEF niebyło potrzeba, widomo iest, że skoro którakolwiek baza EF iest wymierzona, á z punktów E, i F można widzieć punkt niedostępny D, iuż tym samym Problema iest solwowane, to iest, znayduie się odległość FD. Sposób mierzenia odległości iakiego mieysca nieprzystępnego.

LI.

TAB: V. FIG: 3. W używaniu Instrumentów takich, iaki iest *bAc*, który, iakośmy w Artyk: XXVIII, opisali, składa się że dwu Reguł u punktu A spoionych, i koło niego wolnie chodzących, częste się nadarzaią omyłki, iuż to, że wzięty anguł zmieni się

ni ſię w przenoſzeniu, iuż to że kształt Inſtrumentu, który mu dać potrzeba, żeby do praktyki, á mianowicie do ziemnych wymiarów był zgodnym, uczyni go do redukcyi, to ieſt do przenoſzenia polnych Angułów na kartę, niewygodnym.

A do tego każdy Anguł B A C tym ſposobem wzięty, wyciąga, aby znowu Inſtrument był przenieſiony na papier, tak dalece, że do ſkomparowania dwu Angułów, iedyny ſposób ieſt, kłaść ieden Anguł na drugim; lubo i to Angułów złożenie nie da onych ani relacyi, ani wielkości absolutney.

LII.

Było zatym potrzeba, ażeby iako przedtym do determinowania długości, tak dopiero do mierzenia Angułów, pewney poſzukano miary; tę zaś nietrudno wynaleść było: albowiem ieśli do
TAB: V. Fig: 4.
reguły A *b*, która niema ſię obracać, będzie naprzód applikowana reguła A *c*, dopieroż koło punktu A obracana, iasno ieſt, że przyprawione do iey końca *c*

ca *c*

ca *c* pioro lub ołówek naznaczy drogę punktu *c*, która formuiąc łęk Cyrkułu, da miarę Angułów rozmaitemu rozwarciu reguł A *b*, A *c* korreſponduiących, to ieſt, iż dla iednoſtayney Cyrkułu krzywości, musi to być koniecznie, że różnemu rozwarciu reguł, naprzykład we dwoie, we troie, we czworo większemu, niż ieſt *c* A *b*, korreſpondować będzie łęk we dwoie też, we troie, we czworo większy za *b c*.

Anguła miarą ieſt łęk cyrkułu między iego bokami zawarty.

LIII.

W suppozycyi więc, że Peryferya *b c d f g* całą rewolucyą lub obwodem punktu *c* napiſana, podzielona ieſt na pewną liczbę części równych, liczba części zawartych w łęku odciętym przez linie A *c*, i A *b*, będzie zupełną miarą rozwarcia tychże linii, albo angułu *c* A *b* przez one uformowanego.

Geometrowie zgodzili się na to powſzechnie, żeby cyrkuł dzielił się na 360 części, które się zowią gradusami, gradus na 60 minut, á każda minuta na 60 sekund &c. A tak naprzykład Anguł

Cyrkuł dzieli ſię na 360 gradusów, á każdy gradus na 60 minut &c.

H

guł bAc będzie miał 70 gradusów, i 20 minut, ieśli łęk bc, który mu służy za miarę, ma 70 trzechsetnych ſześćdzieſiątych części cyrkułu, i nad to 20 sześćdziesiątych części iednego gradusa.

LIV.

TAB: V. FIG: 5. Ztąd idzie że Anguł 90 gradusów, poſpolicie Angułem proſtym zwany, ieſt ten, którego boki AC, i AB zawieraią kwadrans BC, albo czwartą część Peryferyi, á są do siebie perpendykularne.

Anguł proſty ma 90 gradusów, á boki do ſiebie wzaiem perpendykularne.

LV.

Anguł oſtry ieſt mnieyſzy niż proſty.

Anguł mnieyſzy niż proſty, albo mniey niż 90 gradusów maiący, zowie się Angułem oſtrym, takie są Anguły CAB, FAG, EAG. TAB: V. FIG: 6.

LVI.

Anguł tępy większy ieſt niż prosty.

Przeciwnie Anguł tępy ieſt ten, który ma więcey niż 90 gradusów, iako FAB.

LVII.

LVII.

Iasna rzecz ieſt, że wſzytkie Anguły GAF, FAE, EAC, CAB, które z iedney ſtrony linii GB leżąc maią ſpolny wierzchołek u punktu A, razem wzięte równe są 180 gradusom, albo dwu Angułom proſtym, których miarą ieſt półowa Peryferyi.

Suma wſzytkich Angułów maiących ſpolny wierzchołek, które ſię zmieścić mogą z iedney ſtrony linii proſtey, czyni 180 gradusów.

LVIII.

Iawno takoż, iż summa wſzytkich Angułów EAF, FAB, BAC, CAD, DAE, uformowanych koło punktu A, który ſłuży im za ſpolny wierzchołek, równa ieſt 360 gradusom, albo czterem proſtym Angułom, których miarą ieſt cała Peryferya BCDEF. TAB: V. FIG: 7.

Suma wſzytkich Angułów, które ſię uformować mogą koło iakiego punktu, równa ieſtczterem Angułom proſtym.

LIX.

Stanąwſzy na tym, że części Cyrkułu służą za miarę Angułom, obaczmy iak mamy poſtąpić, gdy będzie potrzeba determinować liczbę gradusów w Angule iakim do mierzenia danym.

 Do

TAB: V. Figura 8.

Opisanie Instrumentu, który się nazywa półCyrkułem mierniczym albo Grafometrem.

Do tey operacyi pospolicie używany bywa Instrument I, który się zowie półcyrkułem mierniczym, * składa się ze dwu reguł EAC, DAB, równey długości, które się przecinaią u punktu A, á na końcach maią Dyoptry, to iest ucha nakształt słupków płaskich, do tychże reguł perpendykularne, z rysami wskroś idącemi, á do brania na cel obiektów zgodnemi.

Iedna z tych reguł EC zwana Alidadą, obraca się koło centrum A, druga DB będąc nierozdzielnie spoiona z półcyrkułem DCB na 180 gradusów podzielonym, służy mu za Dyameter, i bez poruszenia całego Instrumentu zgoła iest nieobrótna.

Iak ma być Grafometr do mierzenia angułów użyty?

Chcąc tedy zmierzyć wielkość Angułu, który zawieraią linie proste prowadzone z iakiego mieysca do dwu obiektów F, G: naprzód tak postawić należy Instrument, żeby centrum iego znaydowało się na mieyscu danym, á przez Dyoptry D, i B reguły DB, od oka będącego na punkcie D, widziane było iedno że dwu obiektów F; dopieroż niewzruszaiąc Instrumentu, póty obracać trzeba Alidadę EC, aż drugie obiektum G, przez Dyoptry E, i C postrzeżone będzie z punktu E, na którym znayduie się oko. Co gdy się stanie, Alidada na półcyrkule mierniczym ukaże gradusy, minuty &c, które zawiera Anguł GAF do mierzenia dany.

* Francuzi nazywaią ten Instrument Grafometrem. Anglicy całego pospolicie używaią Cyrkułu, i zowią go Teodolidem. Ogulnie Instrument do mierzenia Angułów służący zwać się ma Goniometrykiem.

LX.

Co to iest Transportator, i iak ma być użyty do napisania Angułu maiącego pewno liczbę gradusów?

TAB: V. Fig: 9.

Do napisania na karcie iakiegokolwiek Angułu, maiącego pewną liczbę gradusów, używany pospolicie bywa Instrument K, Transportatorem zwany, á na 180 gradusów podzielony; ten gdy się tak na karcie położy, żeby centrum A z punktem, który ma być wierzchołkiem żądanego Angułu, á bok albo promień AB z linią ABG, to iest z iednym bokiem Angułu wcześnie napisa-

sanym, zgodzone były: niezostanie więcey, iak naznaczyć na karcie punkt C korresponduiący liczbie gradusów w Angule żądanym zawartych, á na łęku rzeczonego Instrumeutu liczonych. Linia bowiem ACO przez ten punkt prowadzona, z linią ABG zamknie Anguł OAG, który zawierać będzie daną gradusów liczbę.

LXI.

TAB: VI. FIG: 1, i 2. Położmy dopiero, że kto poprowadziwszy na karcie bazę FG, chce na niey postawić Tryanguł FGH, podobny Tryangułowi ziemnemu ABC. Naprzód musi on użyć Grafometru w Artykule LIX opisanego, dla zmierzenia Angułów CAB, CBA, ażeby wiedział, wiele z nich każdy zawiera gradusów; potym za pomocą Transportatora musi napisać Anguły HFG, HGF, równe z osobna angułom CAB, CBA; dopieroż ponieważ przez tę operacyą tak punkt H, u którego zeydą się boki FH, GH, iako też Anguł FHG muszą być koniecznie determinowane, Tryanguł FGH będzie zgoła podobny Tryangułowi ABC.

LXII.

Ponieważ wiele na tym zależy w praktyce, iakośmy wyżey mówili, aby Anguły iak naypilniey mierzone były: nietrzeba się więc tym kontentować, żeśmy one wzięli, byteż naydoskonalszemi Instrumentami: należy ieszcze znaleść sposób, którymby wymiary onych weryfikowane, i poprawione być mogły, ieśliby iaka w nich omyłka postrzeżona była. Ten sposób prosty iest i łacny, uważmy go w Tryangule ABC.

Naprzód każdemu w oczy wpada, że wielkość Angułu C zawisła od wielkości Angułów A, i B; skoro bowiem te Anguły byłyby powiększone lnb zmnieyszone, natychmiast odmieniłaby się pozycya linii AC, i BC, a zatym i Anguł C od tych linii zawarty. Dopieroż ieśli ten Anguł dependuie od wielkości Angułów A, i B, należy rozumieć, że ta liczba gradusów, którą zawie- TAB: VI. FIG: 1.

zawieraią Anguły A, i B, musi determinować liczbę gradusów, którą zawierać powinien anguł C, á tym samym może służyć on za weryfikacyą operacyom, ktoreby czynione były dla determinowania Angułów A, i B; pewna bowiem rzecz będzie, że anguły A, i B, dobrze są wymierzone, ieśli w Angule C wymierzonym potym, znaydzie się liczba gradusów, którą on mieć powinien w proporcyi wielkości Angułów A, i B.

Zebyśmy wiedzieli, iak determinować można wielkość Angułu C, z wielkości Angułów A, i B, uważmy coby się działo z Angułem C, gdyby linie AC, i BC odmieniły pozycyą swoię, zbliżaiąc się, albo się oddalaiąc iedna względem drugiey. TAB: VI. FIG: 3. Daymy naprzykład że BC obracaiąc się koło punktu B oddala się od AB, á zbliża się ku BE; iawno iest, iż pókiby się obracała linia BC, pótyby się rozwierał Anguł B, á przeciwnie Anguł C corazby się ścieśniał; z czegoby natychmiast można wnosić, że w tym razie pomnieyszenie Angułu C, byłoby równe powiększeniu angułu B, á zatym summa trzech Angułów A, B, C, byłaby zawsze taż sama, iakobykolwiek linie AC, BC do linii AE, skłonione były.

LXIII.

Wszakże toż samo, co z uważania linii BC, obracaney koło punktu B, wnieść się przez indukcyą mogło, może też być pewnie i ogulnie demonstrowano.

Poprowadźmy bowiem ID parallelę do AC, naprzód obaczęmy, że Anguły ACB, i CBD, które się zowią ukośnemi (po łacinie Alterni) będą sobie równe. TAB: VI. FIG: 4. Anguły ukośne są te, któresię formuią z obu stron linii przecinaiącey dwie paralele. Co iest widomo: linie bowiem AC, i IB tym samym że są parallele, będą równie do CBO skłonione, zatym Anguł IBO będzie równy Angułowi ACB. Lecz Anguł IBO zrówna się też angułowi CBD, przeto że linia ID rościnaiąc linią CO na punkcie B, nie więcey skłoniona będzie do niey z iedney strony, iako z drugiey. Więc Anguł DBC równy Angułowi IBO, zrówna się też ukośnemu ACB. Te anguły są sobie równe.

I LIV.

LXIV.

Obaczęmy powtóre, że ponieważ linie CA, i DB są parallele, Anguł CAE będzie równy Angułowi DBE. Więc Anguł ACB mieysce Angułu CBD, á zaś Anguł CAB plac Angułu DBE zgoła zastąpić, á tym samym wszytkie trzy Anguły Tryangułu ACB obok z sobą leżeć i u punktu B wierzchołkami swemi zeyśćby się mogły, gdyby ie zgromadzić i w iedno złączyć chciano; i na ów czas ukazałoby się na oko, że trzy Anguły CAB, ACB, CBA Try-Angułu ACB będąc równe trzem Angułom DBE, CBD, CBA, byłyby też równe dwum Angułom prostym (ARTYKUŁ LVII.); á że wszystko to, co się dopiero mówiło, może być applikowano do każdego Tryangułu, więc upewnić się należy o tey powszechney własności Tryangułów; że summa trzech Angułów iakiegokolwiek tryangułu, iest zawsze taż sama, i dwum Agułom prostym, albo, co na tož samo wychodzi, 180 gradusom równa.

Summa trzech angułów w każdym Tryangule równa iest dwu angułom prostym.

LXV.

LXV.

Gdy tedy wymierzone, lub zkąd inąd wiadome będą dwa Anguły iakiegokolwiek Tryangułu, żeby walor trzeciego z nich był determinowany, nietrzeba będzie iak tylko od 180 gradusów odciąć summę dwu wiadomych Angułów. Ta więc powszechna własność Tryangułów podaie sposób barzo wygodny weryfikowania mierzonych Angułów iakiegokolwiek Tryangułu; własność, którey niezliczone pożytki obaczęmy, gdy daley postąpim. My się kontentować będziem wniesieniem tych konsekwencyi, które się same narażać zdaią.

LXVI.

Tryanguł niemoże mieć więcey nad ieden Anguł prosty, á tym barziey nad ieden Anguł tępy.

I2 LXVII.

LXVII.

Ieśli ze trzech Angułów w iakim Tryangule ieden ieſt proſty, summa dwu innych czyni drugi Anguł proſty.

Te dwie propozycye są tak iasne, że demonſtracyi niepotrzebuią.

LXVIII.

TAB: VI. Fig: 4.

W każdym Tryangule Anguł zewnętrzny równy ieſt dwóm Angułom wnętrznym na przeciw iemu leżącym.

Ieśli w Tryangule ABC, ieden z boków naprzykład AB będzie daley pociągniony; Anguł zewnętrzny CBE zrówna ſię summie dwu angułów wnętrznych naprzeciw iemu leżących BCA, CAB: czy to bowiem dwa Anguły BCA, CAB, czy to Anguł CBE przydane będą do Angułu CBA, summa zawſze będzie równa 180 gradusom, albo dwu Angułom proſtym (ARTYK: LXIV.)

LXIX.

W tryangule Izoscelu albo dwa boki równe maiącym, tym samym że ieden Anguł ieſt wiadomy, dwa też inne wiadome są.

Niech

TAB: VI. Fig: 5.

W tryangule Izoscelu, gdy ieden Anguł iest wiadomy, tym samym inne dwa wiadome są.

Niech będzie wiadomy Anguł naprzykład A, iawno ieſt, iż gdy się odetnie liczba gradusów w nim zawartych od 180 gradusów, albo dwu Angułów proſtych, które są trzech Angułów miarą w każdym Tryangule, reszta na puł rozdzielona, będzie równa każdemu z osobna Angułowi B, i C.

Niech też wiadomy będzie ieden z Angułów B, C; summa onych od 180 gradusów odcięta, da nam Anguł A.

LXX.

W tryangule równościennym każdy ze trzech Angułów czyni 60 gradusów.

Ponieważ tryanguł równo ścienny ieſt razem Izoscelem, a każdy w nim ze trzech boków może służyć za bazę; widomo ieſt, że w nim wſzytkie trzy Anguły są koniecznie równe, á zatym każdy z nich czyni 60 gradusów, albo trzecią część dwu Angułów proſtych.

LXXI.

Sposób napisania Hexagonu.

Zkąd wynika łacna konſtrukcya Hexagonu, albo Poligonu od sześciu boków, którąśmy dać obiecali w Art: XXIV.

Chcąc

Chcąc albowiem znaleść linią, któraby dzieliła peryferyą na sześć równych części, trzebaby żeby ta linia była cięciwą łęku 60 gradusów, to iest, szóstey części 360 gradusów, albo całey peryferyi. Biorąc zatym AB za takową cięciwę, á z centrum I, prowadząc do końców oney A, i B, promienie AI, IB, anguł AIB będzie miał 60 gradusów, á że dwa boki AI, i IB, będą w tym razie równe, Tryanguł też AIB będzie Izoscelem. Ponieważ tedy Anguł u wierzchołka ma 60 gradusów, więc każdy z dwu innych będzie także miał 60 gradusów, albo połowę 120; więc Tryanguł AIB (Art: LXX.) będzie równo-ściennym, á linia AB równą promieniowi cyrkułu. Zkąd idzie, że do napisania Hexagonu, trzeba będzie otworzyć cyrkiel wedle długości promienia, i onę sześć razy na peryferyą przenieść dla napisania sześciu boków Hexagonu.

TAB: VI. Fig: 6.

LXXII.

Maiąc napisany Hexagon, łacno napisać Dodekagon, albo poligon od 12 boków.

Gdy się bowiem łęk AKB, albo Anguł AIB, rozdzieli na dwie części, cięciwa AK połowy łęku AKB, będzie iednym z boków Dodekagonu.

Połowa angułu w centrum Hexagonu daie cały Agnuł Dodekagonu.

LXXIII.

Chcąc zaś rozdzielić łęk AKB na dwa łęki równe AK i KB; trzeba toż samo czynić, coby się czynić miało dla podziału cięciwy AB na dwie części równe; to iest, z punktów A, i B iako z centrów, iakimkolwiek otworem cyrkla, napisać łęki MLN, OLP, á przez punkt L, na którym się te dwa łęki przetną, oraz przez centrum I, poprowadzić linią LI: ta rozdzieli na dwoie tak łęk AKB, albo Anguł AIB, iako cięciwę AB.

Rozdzielić łęk albo angul na dwoie.

LXXIV.

Sposób napisania Poligonów od 24, &c, boków.

Ieśli tym ſposobem, któregośmy teraz użyli do konſtrukcyi Hexagonu i Dodekagonu, łęk AK rozdzieli się ieſzcze na dwa łęki równe, iednego znich cięciwa będzie bokiem poligonu od 24 boków; á podobnie czyniąc daley, można mieć poligony od 48, 96, 192, &c. boków.

LXXV.

Sposób napiſania oktogonu.

Dopieroż chcąc napisać Oktogon, to ieſt, poligon 8 boków, mamy naprzód w Cyrkule odrysować Kwadrat; co łacno wykonamy, gdy poprowadziwszy dwa Diametry AIB, CIE wzaiem do siebie perpendykularne, końce onych złączęmy przez linie AC, CB, BE, EA. Regularność albowiem cyrkułu, i równość czterech angułów, przez perpendykuły AIB, CIE uformowanych, to ſprawuią, że cztery boki AC, CB, BE, EA, będą sobie koniecznie równe, i równie do siebie skłonione; co nie innym figurom, ieno samym kwadratom służy.

TAB: VI. Fig: 7.

Ma-

Maiąc tak napisany kwadrat, gdy ſposobem przerzeczonym każdy z łęków CKB, BLE &c przedzielęmy na dwie równe części, otrzymamy Oktogon CKBLEMAN.

Sposób napisania Poligonów od 16, 32, &c boków.

Ieśli zaś daley dzielić zechcęmy łęki CK, KB, &c na 2, 4, 8, równych części, znaydziemy poligony od 16, 32, 64, &c boków.



K PO-



POCZĄTKI GEOMETRYI.

DRUGA CZĘSC

O ſposobie Geometrycznym komparowania Figur prostościennych.



IESLI SIĘ to uważało, cośmy do tych czas mówili, ukazuiąc ſposoby, przez które naynaturalniey ludzie przyszli do wymiarów ziemnych, miałoby się postrzedz, że pozycye linii iednych względem drugich, dawały im

okazyą do rozmaitych uwag, przez się same ciekawości i rozmyślania godnych, nawet mimo tych pożytków, którychby się w praktyce spodziewać z onych należało. I takie bez wątpienia uwagi powodem były dawnym Geometrom do dalszych zapędów w rozmyślaniu, i doskonaleniu swych wynalazków. Albowiem nie same tylko potrzeby i pożytki determinuią ludzki umysł, częstokroć ciekawość iest równie wielką dla niego pobudką do pracowitego nowych rzeczy szukania.

Nie mało też pomodz musiała do wzrostu Geometryi wrodzona ludziom chęć owey precyzyi, którąbyśmy we wszytkich dziełach radzi widzieli, i bez którey nigdy rozumowi zadość uczynić niemożna.

Przetóż gdy wymierzaiąc Figury postrzeżono, że częstokroć Skale i Grafometry niedawały prawdziwey wielkości mierzonych linii i Angułów, natychmiast szukano sposobów, przez któreby niedoskonałość tych Instrumentów nadgrodzić, á omyłek uniknąć można było. My

My tu wrócięmy się znowu do figur prosto-ściennych; lecz w operacyach, które czynić będziemy, dla odkrycia, i ukazania prawdziwey iednych figur wzg ędem drugich relacyi, nie użyięmy iak tylko reguły i cyrkla.

Zdarza się częstokroć potrzeba, albo złożenia w iednę figurę wiela innych oney podobnych, albo podzielenia iedney na wiele innych tegoż rodzaiu; co nayłacniey wykonać można za pomocą rektangułów; ponieważ wszytkie figury prosto-ścienne nic innego nie są, ieno zbiorem Tryangułów, każdy zaś Tryanguł iest połową rektangułu, który ma też samę z Tryangułem wysokość i bazę.

I.

Zeby się rektanguły komparować z sobą mogły, trzeba wiedzieć iak się ma zamienić iakikolwiek rektanguł na inny, któryby maiąc też samę rozciągłość, miał inną wysokość. Gdy bowiem dwa rektanguły, będą zamienione na dwa inne tey samey wysokości, ró-

różnić się nie będą iak tylko bazami; ten będzie z nich naywiękſzy, który będzie miał naywiększą bazę, i tyle razy mnieyſzy zawierać się będzie w większym, ile razy baza mnieyſza zawiera się w większey; co się poſpolicie tak wyraża: dwa rektanguły maiące też samę wysokość, są do siebie iako onych bazy.

Dwa rektanguły maiące też samę wysokość są do siebie iako onych bazy.

II.

Chcąc złożyć w iedno dwa takie rektanguły, niepotrzeba iak tylko obok one z sobą położyć.

III.

Nie większa też trudność będzie odciąć mnieyſzy rektanguł od większego.

IV.

Maiąc podzielić iaki rektanguł na pewną liczbę rektangułów równych, trzeba podzielić onego bazę na takąż liczbę równych części, á z punktów diwizyi podnieść perpendykularne.

V.

V.

TAB: VII. FIG: 1.

Sposób zamienienia iednego Tryangułu na drugi któryby miał wysokość daną.

Połóżmy dopiero, że rektanguł ABCD ma się zamienić na inny BFEG, któryby miał też samę z pierwſzym rozciągłość, á wysokość BF większą za wysokość BC. W tym razie miałoby się to naypierwiey uważać, że ponieważ rozciągłość żądanego rektangułu BFEG będzie produktem z iego wysokości i bazy, trzeba będzie w to potrafić, aby iako wysokość BF ma być większa niżeli BC, tak przeciwnie, baza iego BG była mnieysza á niżeli AB, to ieſt: że ieśliby wysokość BF była naprzykład we dwoie większa aniżeli BC, trzeba aby baza BG była połową tylko bazy AB.

Gdyby wysokość BF była we troie większa niż BC, baza BG musiałaby być trzecią częścią bazy AB.

Także gdyby wysokość BF, zamiaſt tego, coby miała dwa, trzy, lub kilka zupełne razy zawierać w sobie wysokość BC, zawierała onę kilka razy z iakim fraktem, naprzykład dwa

razy

razy zupełne, i nad to iednę trzecią część: rektanguł BFEG niemógłby się zrównać z rektangułem ABCD, ażby się baza iego BG tymże ſposobem zawierała w bazie AB, to ieſt, ażby BG dwa razy wzięta i trzecia oney część w iednę summę zebrane, zrównały się całey bazie AB. Ogulnie mówiąc, żeby dwa rektanguły ABCD, BFEG, były sobie równe, trzeba żeby iednego baza BG, tak się miała do bazy drugiego AB, iak wysokość BC do wysokości BF.

Na tym tedy rzecz się cała skończy, że dla znalezienia linii BG, która żądanemu Tryangułowi ma służyć za bazę, linia AB musi być rozdzielona na punkcie G tym ſposobem, żeby tak się miała wysokość BF do wysokości BC, iako baza AB do bazy BG. A to się wykona przez Artykuł XLI Części I, gdy się poprowadzi linia AF, á z danego punktu C parallela do niey CG.

VI.

VI.

Do tey zamiany rektangułu ABCD na inny BFEG, któryby miał wysokość daną BF, można użyć innego ſposobu nie tak wprawdzie naturalne go iak ieſt pierwſzy, barziey iednak wygodnego. Drugi ſposób zamienienia iednego Rektangułu na drugi, któryby miał wysokość daną.

Podłużywſzy linią AD, ażby się na punkcie I, ſpotkała z linią FEI parallelą do AB przez punkt F prowadzoną, napisać diagonalną BI, á przez punkt O, na którym taż diagonalna ſpotka się z bokiem DC, poprowadzić GOE parallelę do FB. Tym ſposobem uformowany rektanguł BFEG będzie równy rektangułowi ABCD. TAB: VII. FIG: 2.

Co żeby się dowiodło, dosyć będzie pokazać, iż gdy się od rektangułów ABCD, BFEG odeymie część onym spólna OCBG, zoſtaną dwa rektanguły OCFE, ADOG co do rozciągłości sobie równe. To zaś łacno demonſtrować; z widomey bowiem równości dwu Tryangułów IBF, IBA wnieść należy, iż gdy się od tych Tryangułów

L ode-

odetną części równe, te które się zoſtaną, równe też być muſzą. Lecz Tryanguły IDO, IEO, takoż GBO, OBC są równe; więc gdy IDO, GBO od Tryangułu IAB, á zaś IEO, OBC, od Tryangułu IBF odięte będą, pozoſtałe ztąd reszty, to ieſt Rektanguły ADOG, OCFE równe być muſzą: á to ieſt co się miało demonſtrować, i zkąd każdy wnieść iuż może, że gdy rzeczonym rektangułom ADOG, OCFE, to ieſt każdemu z osobna przydany będzie ten sam Rektanguł BCOG, summy to ieſt w rzeczy samey rektanguły ABCD, BFEG będą równe.

VII.

Ten drugi ſposób zamieniania iednych Rektangułów na drugie, służy za fundament demonſtracyi pierwſzemu, o którym mogłoby się komu zdawać, że na samey tylko zasadza się indukcyi z przykładu dwu Rektangułów uformowaney. Co się bowiem wprzód z równości Rektangułów ABCD, BFEG wniosło, że się tak mieć powinna

winna linia AB do linii BG, iako BF do BC, to dopiero z Artykułu przeszłego tak demonſtrować można.

Dowod gruntowny tey propozycyi: We dwu rektangułach równych baza pierwszego maſię do bazy wtórego, iako wysokość wtórego do wysokości pierwſzego.

Ponieważ Tryanguły IAB, i OGB są widomie podobne sobie, baza AB wielkiego, tak będzie do bazy GB małego, iako wysokość IA do wysokości OG; lecz wysokości IA, i OG równe są wysokościom BF, i BC; więc będzie też AB do GB, iako BF do BC: wedle tego, czego też wyciąga Artykuł V.

VIII.

Z tego cośmy dopiero mówili, wywodząc z równości dwu rektangułów ABCD, BFEG, że tak się ma wysokość BF do wysokości BC, iako baza AB do bazy BG, możnaby takoż demonſtrować, że gdy ze czterech linii BF, BC, AB, BG, tak się ma pierwſza do drugiey, iako trzecia do czwartey: rektanguł, któryby miał pierwſzą za wysokość, á czwartą za bazę, zrównałby się rektangułowi, któryby miał wtórą za wysokość, á trzecią za bazę.

Gdy ze czterech linii tak się ma pierwſza do drugiey, iako trzecia do czwartey: rektanguł uformowany z pierwszey i czwartey równy będzie rektangułowi z wtórey i trzeciey.

IX.

Liczby lub wielkości takie, z których pierwsza tak się ma do wtórey, iako trzecia do czwartey, zowią ſię proporcyonalne, &c.

Co się zdarza w liniach, iakośmy dopiero widzieli, że tak się ma BF do BC, iako AB do BG, to się trafia też w innych iakichkolwiek wielkościach, to ieſt, że się tak ma pierwſza do wtórey, iako trzecia do czwartey; á w tym razie mówić się zwykło: że takie wielkości są w proporcyi, albo proporcyonalne, że formuią lub składaią proporcyą, że zachodzi między niemi proporcya, &c. Tak naprzykład 6, 9, 18, 27, są liczby proporcyonalne, ponieważ liczba 6, tyle razy zawiera się w liczbie 9, ile razy 18 we 27. Toż mówić o liczbach 15, 25, 75, 125.

X.

Ze czterech terminów proporcyi pierwſzy i czwarty zowią się kraynemi lub końcowemi, wtóry i trzeci śrzedniemi.

Pierwsza i czwarta ze czterech wielkości proporcyonalnych, nazywaią się terminami kraynemi, czyli końcowemi: druga zaś i trzecia śrzedniemi.

Wedle tych definicyi, propozycye w Artyk: VII, i VIII zawarte, maią się tak wyrazać:

XI.

XI.

W proporcyi produkt z terminów kraynych równy iest produktowi z terminów śrzednich.

Gdy cztéry wielkości są proporcyonalne, produkt z terminów kraynych, ieſt równy produktowi z terminów śrzednich.

XII.

Ieśli produkt z terminów kraynych ieſt równy produktowi z terminów śrzednich, cztéry terminy są proporcyonalne.

Ieśli cztéry wielkości są takie, że produkt z terminów kraynych, ieſt równy produktowi ze śrzednich, te cztéry wielkości są proporcyonalne.

XIII.

Zkąd się wywodzi reguła trzech albo reguła złota?

Wiele na tym zależy, żeby dwa przeszłe Artykuły dobrze zrozumiane, i w pamięć wrażone były, iako wielce w Matematyce potrzebne. Z onych się bowiem wywodzi, prócz innych rzeczy, demonſtracya owey Reguły, którą w Arytmetyce zowią Regułą trzech, albo złotą Regułą. Treść oney i iſtota naylepiey ukazać się może w przykładzie.

Day-

Daymy że do 30 łokci, sążni, albo prętów &c, roboty iakiey, która się mierzyć może łokciem, sążniem, prętem &c (iakie ieſt prowadzenie muru, kopanie stawów, oranie roli, &c) użyto przez czas pewny 24 ludzi: á chcianoby wiedzieć, wieleby się też zrobiło, gdyby przez tenże czas, użyto do tey samey roboty 64 ludzi.

Rzecz ieſt przez się iasna, iż solucya tey kweſtyi, zawisła od znalezienia takiey liczby, któraby się tak miała do 64, iak się ma liczba 30, do liczby 24. Z tego zaś, co się wyżey mówiło, widomo ieſt, iż ta liczba powinna być taka, żeby produkt z oney i ze 24, był równy produktowi ze 30, i ze 64. Lecz produkt ze 30, i ze 64, czyni 1920. Więc liczba żądana będzie ta, która multyplikowana przez 24 uczyni 1920. Gdy tedy wiadomy ieſt produkt, i iedna z tych liczb, z których multyplikacyi ten się produkt rodzi, każdy maiący iakąkolwiek pierwſzych operacyi Aritmetycznych znaiomość łacno poſtrzeże, że liczba żądana ma być kwotą wynikaiącą z diwizyi rzeczonego produktu 1920, przez 24: á ta ieſt 80.

Ogulnie chcąc znaleść czwarty termin iakieykolwiek proporcyi, których trzy pierwſze terminy są wiadome, trzeba wziąć produkt z wtórego i trzeciego, i diwidować go przez pierwſzy.

Sposób znalezienia czwartego terminu proporcyi, którey trzy pierwſze są wiadome.

XIV.

Tak prosty i łatwy przykład, iaki ieſt ten, któryśmy umyślnie wybrali i dopiero przywiedli, dla ukazania w nim co to ieſt proporcya i owa złota reguła, podobno nie ukazuie doſtatecznie, iak wielka ieſt potrzeba tych operacyi, których wyciąga ſposób dopiero podany.

Zda się że sam rozum, bez nauki i podanych reguł, trafiłby znaleść liczbę do szukania zadaną. Skoro bowiem ieſt widomo, że liczba 30 przewyżſza liczbę 24 czwartą częścią, widomo też ieſt że liczba żądana ma przewyżſzać liczbę 64 czwartą częścią, á zatym czynić 80. Lecz nie zawſze taka bywa łatwość, iaka się w przywiedzionym zdarzyła przy-

przykładzie. W wielu innych przypadkach dłużeyby się zabawić przyszło, nimby się nalazła relacya, która zachodzi między pierwszym i drugim terminem proporcyi.

Potrzeba iest, naprzykład, znaleść czwarty termin proporcyonalny trzem liczbom następuiącym: 259, 407, 483. Szukaiąc go sposobem Artykułu przeszłego, należy multyplikować 483 przez 407, á wynikły z tąd produkt 196581, przez 259 diwidować. Diwizya da 759 za czwarty termin.

Szukać zaś inaczey tego terminu, byłoby to nieiako tentować szczęścia, i szukać go omackiem. Możnaby w prawdzie, acz nie tak łacno iak pierwey, postrzedz naprzykład, że liczba 148, którą się różnią pierwsze dwa terminy 259, i 407, zawiera w sobie 4 siodmych części pierwszego terminu, albo liczby 259: á zatym iż trzebaby też przydać do trzeciego terminu, to iest do 483 liczbę 276, która zawiera w sobie 4 siódmych iego części. Lecz powszechność i pewność sposobu w Artykule

kule przeszłym danego, pozbawia nas tych wszytkich trudności, częstokroć nawet nieprzebytych, w którebyśmy za ślepym domysłu przewodnictwem wpaść mogli.

XV.

Gdy kwadrat ma być przydany do kwadratu, tak z onemi postąpić należy iako z rektangułami, ponieważ kwadraty nie różnią się od rektangułów, ieno że maią wysokości równe bazom. Ieden tedy z kwadratów nie równych, naprzykład mnieyszy, ma się zamienić na rektanguł, któregoby wysokość była równa bokowi kwadratu większego. Co gdy się stanie, á mnieyszy będzie położony obok z większym, dwa kwadraty uczynią ieden rektanguł. Możnaby też oba zmieścić w iednym rektangule, któregoby wysokość była równa wysokości mnieyszego kwadratu, albo iakieykolwiek inney wedle upodobania wziętey. Lecz, co każdemu wraz na myśl przyiść musiało, gdy o redukcyi dwu kwadratów do iedney

Figury traktować zaczęto, ieſt to kweſtya, o ſposobie napisania kwadratu równego dwu innym: kweſtya, którą łacno było solwować, iako się natychmiaſt pokaże.

XVI.

TAB: VII. FIG: 3.

Podwoić kwadrat, albo dwa kwadraty równe zmieścić w iednym.

Połóżmy naprzód, że dwa kwadraty ABCD, CBFE, któreby chciano zmieścić w iednym, są sobie równe; poprowadziwſzy diagonalne AC, i CF, łacno się poſtrzeże, iż tryanguły ABC, i CBF poſpołu wzięte, uczynią ieden kwadrat. Więc gdy drugie dwa, tryanguły, DCA, i CEF przeniesione pod linią AF złączą ſię z pierwſzemi, uformuie ſię kwadrat ACFG, którego bok AC będzie diagonalną kwadratu ABCD, á rozciągłość równa rozciągłości dwu danych kwadratów: co tak ieſt iasno, że demonſtracyi nie potrzebuie.

XVII.

TAB: VII. FIG: 4.

Daymy dopiero, że kto chce napisać kwadrat, równy summie dwu kwadratów

Zmieścić w iednym kwadracie dwa kwadraty nie równe.

dratów nierównych ADC*d*, CFE*f*, albo co na toż samo wychodzi, zamienić figurę ADFE*fd* na kwadrat.

Maiąc przed oczéma ſposób wyżey podany, uważać należy, ieśli na linii DF niemógłby się znaleść iaki punkt H, maiący te kondycye:

1.° Aby tryanguły ADH, EFH, za poprowadzeniem linii AH, i HE uformowane, á koło punktów A, i E póty obracane, ażby nabyły tey pozycyi, którą maią A*dh*, E*fh*, aby mówię, te dwa tryanguły złączyły się z sobą na punkcie *h*.

2.° Aby cztéry boki AH, HE, E*h*, *h*A były równe, i do siebie wzaiem perpendykularne.

Ten zaś punkt H znaleziony będzie, gdy z boku DC odetnie ſię część DH równa bokowi CF, albo EF. Z równości bowiem linii DH, i CF wynika naprzód, iż gdy tryanguł ADH póty obracany będzie koło punktu A, ażby wziął pozycyą tryangułu A*dh*, punkt H złączywſzy się z punktem *h*, będzie miał odległość od punktu C równą przeciągowi DF.

M2 Z tey-

Z teyże równości linii DH, i CF wynika powtóre, że linia HF zrówna się linii DC, á tym samym, gdy tryanguł EFH obracany będzie koło punktu E, ażby przyszedł do pozycyi tryangułu E*fh*, punkt H zeydzie się z punktem *h* maiącym odległość od punktu C równą przeciągowi DF.

Zatym Figura ADFE*fd* zamieni się na Figurę cztero-ścienną AHE*h*. Więc nie zostanie iak obaczyć iuż tylko, ieśli wszytkie tey Figury boki są równe, i iedne do drugich wzaiem perpendykularne.

Równość boków ieſt widoma, ponieważ A*h*, i *h*E nie różnią się zgoła od AH, i HE; równość zaś tych dwu linii AH, i HE, ztąd się wywodzi, że ponieważ bok DH bokowi FE, oraz HF bokowi DC, á tym samym i bokowi AD są równe, dwa Tryanguły Rektanguły ADH, HFE, będą sobie zgoła równe.

Na resztę, że też same boki rzeczoney Figury AHE*h*, iedne do drugich są wzaiem perpendykularne, o tym wątpić nie będzie można, skoro da się widzieć, że Anguły od nich uformowane

wane są proste. To się zaś łacno postrzeże, ieśli uważęmy, że gdy Tryanguł HAD będzie się obracał koło punktu A, dla wzięcia pozycyi *h*A*d*, bok AH tyle będzie musiał uczynić drogi, ile związany z nim bok AD. Lecz bok AD przenioſſzy się na A*d*, formuie Anguł prosty DA*d*. Więc i bok AH przeniesiony na A*h* takoż uformuie Anguł prosty HA*h*.

Co się tycze innych Angułów H, E, *h*, te koniecznie muszą być proste. Rzecz ieſt bowiem niepodobna, aby w Figurze iakiey cztérma równemi ścianami zamkniętey, był ieden Anguł prosty, á inne trzy nie były proste.

XVIII.

Ieśli się uważy, że ze dwu kwadratów ADC*d*, CFE*f*, ieden ieſt napisany linią AD, to ieſt, śrzednim bokiem Tryangułu ADH, drugi linią EF, albo naymnieyszym bokiem DH tegoż Tryangułu ADH; nad to że Kwadrat AHE*h*, dwu pierwszym równy, napisany ieſt naywiękſzym bokiem Tryangułu, TAB: VII. FIG: 4.

Hipotenuza ieſt to bok naywiękſzy tryangułu rektangułu. Kwadrat oney równy ieſt summie Kwadratów, ze dwu innych boków.

gułu, albo linią AH, która się poſpolicie zowie Hipotenuzą Tryangułu Rektangułu; odkryie się ſławna owa Tryangułów Rektangułów własność: że Kwadrat z Hipotenuzy, równy ieſt summie Kwadratów ze dwu innych boków.

XIX.

TAB: VII. FIG: 5, 16.

Dwa iakiekolwiek Kwadraty zmieścić w iednym. FIG: 7.

Więc ieśliby chciano ze dwu Kwadratów HDKL, ABCD uczynić ieden, byłaby próżna robota, używać do tego konſtrukcyi, w Artykule XVII opisaney. Dosyć będzie, złączywſzy onych boki AD, DH tym ſposobem, aby zawierały Anguł proſty, poprowadzić linią AH; ta bowiem będzie iednym z boków Kwadratu żądanego AHIE.

XX.

TAB: VII. FIG: 8, 19.

Także gdyby maiąc dwie Figury podobne DAFGM, DHPON, napisać chciano trzecią onym podobną, á co do rozciągłości summie onych równą: byłoby dosyć, przenioſſszy Figur

da-

TAB: VII. FIG: 10.

Ieśli trzy boki tryangułu rektangułu będą Bazami trzeh Figur podobnych: ta, którey Hipotenuza ſłużyć będzie za bazę, zrówna ſię summie dwu innych Figur.

danych bazy AD, HD na boki Angułu proſtego ADH, pociągnąć Hipotenuzę AH, Tryangułu ADH; ta bowiem byłaby Figury żądaney bazą.

Zebyśmy przyczynę tego widzieć mogli, ſtawmy sobie kwadraty ABCD, DHKL, AHIF, napisane bazami trzech Figur podobnych, á natychmiaſt poſtrzeżem, że wedle Artykułu XVIII, kwadrat AHIE zrówna się summie dwu innych kwadratów ABCD, DHKL. Lecz Figury podobne są w proporcyi kwadratów napisanych bokami onych korreſponduiącemi; (I. części Artyk: XLVII.) Więc każdy ze trzech kwadratów ABCD, DHKL, AHIE, będzie się podobnie zawierał w swoiey Figurze, którey bazą ieſt napisany, iak inne w swoich: albo, wſzytkie trzy kwadraty będą podobnemi swoich Figur częściami.

Zkąd łacno wnieść można, że Figura AHQRS będzie równa dwu innym DAFGM, DHPON. Bo niechby naprzykład każdy z kwadratów był połową Figury, w którey ieſt zamknięty:

ty: niktby wątpić nie mógł, że Figura AHQRS ieſt równa dwu innym, ponieważ połowa iey równa ieſt połowom dwu Figur DHPON, DAFGM. Toż byłoby, gdyby kwadraty ABCD, DHKL, AHIE, były dwóma trzeciemi, lub trzema czwartemi &c, częściami Figur DAFGM, DHPON, AHQRS.

XXI.

Zmieścić wiele Figur podobnych w iedney onym podobney.

Do przydania też, lub zebrania w iednę summę trzech, cztéreeh &c, Figur podobnych, albo co toż samo ieſt, trzech, cztérech &c, kwadratów, ten sam ſposób służyć ma. Tak naprzykład dla zawarcia trzech kwadratów w iednym, naprzód miałby się napisać kwadrat dwu danym równy; dopieroż do tego kwadratu nowego przydaćby się powinien trzeci, á ztądby wyniknął kwadrat trzem danym równy.

XXII.

Ztąd idzie, iż gdyby miał być napisany kwadrat, pięć, sześć, lub tyle razy

zy

zy, ile się podoba, od kwadratu danego większy, byłoby dosyć użyć ſposobu przeszłego: owſzem gdyby przeciwnie znaleść było potrzeba kwadrat, któryby nie czynił, iak piątą tylko, szóſtą, lub taką, iaka się podoba, część kwadratu danego; coby iednak wyciągało, żebyśmy przypomnieli daną wyżey naukę, o znalezieniu czwartey linii trzem danym proporcyonalney. Wszakże w trzeciey części tego dzieła, poda się ſposób proſtszy, i wygodnieyſzy do solwowania podobnych kwestyi.

XXIII.

Z Addicyi czyli zebrania Figur podobnych w iednę summę, to się iawnie pokazuie, że żadna Skala niema być tam używana, gdzie idzie o ſposób czyczynienia z taką precyzyą, która by się demonſtrować mogła.

Daymy naprzykład, że ma być podwoiony kwadrat, albo co toż samo ieſt, że dwa równe kwadraty maią być zmieſzczone w iednym. Ci, którzyby nie umieli sposobu w Artykule XVI

podą-

podanego, wedle wſzelkiego podobień-ſtwa takby sobie w tey mierze poſtąpili.

Naprzód rozdzieliliby ieden bok danego kwadratu na wielką liczbę, naprzykład na 100 części; potym multyplikuiąc 100 przez 100, znalezliby 10000 w produkcie, który byłby równy danemu kwadratowi; á to dałoby im 20000 części za walor kwadratu żądanego.

Wszakże maiąc walor, nie przeto mieliby ſposób napisania kwadratu; do tego potrzebaby mieć ieden z boków wyrażony w takiey liczbie, którаby multyplikowana przez się samę, to ieſt, ſkwadrowana, dała produkt 20000.

Produkt z iakieykolwiek liczby multyplikowaney przez ſię samę ieſt kwadratem teyże liczby.

Lecz próżno byłoby szukać tey liczby na Skali, którаby przez swe podziały wyrażała w setnych częściach bok danego kwadratu; ponieważ liczba 141 przez ſię samę multyplikowana dałaby 19881, á zaś liczba 142 także ſkwadrowana dałaby 20164; to ieſt, iedna mniey, druga więcey niż wyciąga bok żądanego kwadratu.

Mogłoby zatym przyiść im na myśl, iż podzieliwſzy na więcey niż na 100 czę-

ści bok danego kwadratu, znalezliby liczbę wyrażaiącą zupełnie bok kwadratu we dwoie zań większego; lecz po wſzytkich swych uſiłowaniach widzieliby na resztę, że próżna rzecz ieſt ſzukać dwu takich liczb, z którychby iedna wyrażała bok, albo, iak zwykli mówić Matematycy, liczbę lub wielkość radikalną iakiegokolwiek kwadratu, á druga wyrażała bok, albo wielkość radikalną drugiego kwadratu we dwoie za pierwſzy większego.

Wielkość albo liczba Radikalna Kwadratu ieſt ta, która multyplikowana przez ſię samę daie tenże kwadrat.

XXIV.

Iakoż w rzeczy samey ieſt to demonſtrowano w Arytmetyce, że ieśli iedna liczba nie ieſt doſkonale wielekrotna względem drugiey, to ieſt ieśli większa z nich zawiera kilka nie zupełne razy mnieyſzą, kwadrat też większey nie będzie doſkonale wielokrotnym względem kwadratu mnieyſzey. Tak ponieważ liczba 5, niemoże się doſkonale diwidować przez 4, kwadrat oney 25 nie będzie ſię też mógł diwidować przez 16, to ieſt przez kwadrat ze 4.

Liczba iedna wielokrotna względem drugiey ieſt ta, która kilka razy zawiera drugą doſkonale, to ieſt bez żadnego fraktu.

Więc gdy się kwadruią dwie liczby, z którychby iedna była większa niż druga, mniey iednak niż we dwoie, wyniknęłyby z tey operacyi dwie liczby, z którychby iedna była mnieysza, niż druga we czwornasob wzięta, od tey samey iednak więcey niż we dwoie lub we troie większa. Zatym gdyby też bok iakiego kwadratu był podzielony na tyle, iieby się podobało, części, bok kwadratu we dwoie zań większego, który, wedle tego co się w Artyk: XVI demonstrowało, będzie diagonalną kwadratu mnieyszego, nieskładałby się z takiey liczby tychże części, którąby się mogła doskonale i zupełnie diwidować przez liczbę w boku mnieyszego kwadratu zawartą. Co Geometrowie tak zwykli wyrażać: bok, i diagonalna kwadratu nie mogą mieć spólney sobie miary.

Bok, i diagonalna kwadratu, nie mogą mieć spólney sobie miary.

XXV.

Inne linie, które spólną sobie miarą nie mogą być mierzone.

To też ieszcze uważać można, iż wiele iest innych linii, które spolną sobie miarą nie mogą być mierzone. Napiszmy bowiem dwa liczb szeręgi:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9, &c.
1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81, &c.

Z którychby ieden, wyrażał liczby naturalnym porządkiem ułożone, drugi zaś onych kwadraty: postrzeżemy, iż iako te liczby, które w drugim szeręgu między 1, i 4, między 4, i 9, między 16, i 25, &c są opuszczone, nie maią żadney korresponduiącey sobie z liczb radikalnych w pierwszym szeręgu wyrażonych, tak boki dwu kwadratów, z którychby ieden od drugiego we dwoie, we troie, w pięcioro, w sześcioro był większy, spólney sobie miary mieć nie mogą.

XXVI.

Lecz z tego, że wiele iest linii nie maiących spólney sobie miary, mogłaby się urodzić iaka wątpliwość o pewności tych propozycyi, które służyły nam za grunt i wywod proporcyi między Figurami podobnemi zachodzącey. Komparuiąc bowiem te z sobą Figury (I. Częci Artyk: XXXIV &c), polegaliśmy nieiako na tey suppozycyi, że

maią one ſpólną sobie Skalę, którąby wſzytkim onych częściom za miarę służyć mogła. Wszakże z tego, cośmy dopiero mówili, pokazuie się, że suppozycya owa nie może być zbyt obszernie i powſzechnie brana, ale w pewnych granicach powinna być zamknięta. Trzeba zatym żebyśmy się trochę cofnęli, á wróciwſzy się do rzeczonych propozycyi, żebyśmy weyrzeli, ieśli też one nie maią być określone.

XXVII.

Weźmimy tedy na uwagę, co się w Artykule XXXIX. I. Części zawiera, á obaczmy ieśli to ieſt niezawodnie i TAB: VII. ogulnie prawdą, że Tryanguły takie, FIG: 11, i 12, iakie są *abc*, ABC, w których są też same Anguły, maią boki proporcyonalne. Daymy naprzykład, że baza pierwſzego ieſt *ab*, drugiego zaś baza AB równa się diagonalney kwadratu, którego bokiem ieſt *ab*. Założywſzy tę suppozycyą, patrzmy ieśli relacya boku *ac* do AC będzie taż sama, która ieſt bazy AB do *ab*.

Cho-

Chociaż wedle tego, cośmy w przeszłych nie dawno Artykułach widzieli, przez żaden podział boku *ab* by też na naywiękſzą liczbę części, to się dokazać nie może, żeby liczba podobnych części zawartych w boku AB, była doſkonale wielokrotna względem liczby zawartey w boku *ab*, to ieſt żeby się pierwſza mogła doſkonale diwidować przez drugą: z tym wſzytkim łacno ieſt postrzedz, iż tym barziey bok AB zbliży się do miary ſpólney z bokiem *ab*, im na większą liczbę części bok *ab* będzie podzielony. Podzielmy naprzykład *ab* na 100 części, liczba tychże setnych części bokowi AB służąca, znaydzie ſię między 141, i między 142, iak w Artykule XXII. Przeſtańmy na 141, á reszty zaniedbaymy. Widomo ieſt (I. Części Artyk: XXXIX.) że AC zawierać także będzie 141 części boku *ac*.

Podzielmy ieſzcze *ab* na 1000 części: Liczba tych tyśiącznych części składaiących bok AB, mnieyſza będzie niż 1414, á więkſza niż 1415. Weźmimy 1414, á to, czego niedoſtaie, opuśćmy:

my: znaydziemy takoż, że AC zawierać będzie 1414 tysiącznych części boku *ac*: i na reſztę ogulnie mówiąc, zawſze AC tyle części boku *ac* zawierać będzie, nawet z oſtatkiem w frakcie pozoſtałym, ile AB zawierać będzie części boku *ab* z oſtatkiem także abo fraktem.

Nadto te oſtatki w fraktach pozoſtałe tym mnieyſze będą, iakośmy iuż wyżey namienili, im liczba części, na które się bok *ab* dzieli, będzie większa. Tym beśpieczniey tedy można tych oſtatków zaniedbać, im do większey á większey liczby podział boku *ab* pędzony będzie, tak dalece że gdyby ta liczba ſtać się mogła nieſkończoną, oſtatki zgoła zniknąćby na resztę muſiały. Zatym w ten czas mòwićby się mogło: iż liczba części boku *ac*, którąby się zawierała w AC, równa ieſt liczbie części boku *ab* zawartych w AB, á tak byłoby AC do *ac*, iako AB do *ab*.

Demonſtrowaliśmy tedy gruntownie, że we dwu Tryangułach maiących też ſame anguły, boki ſą proporcyonalne, bądź

bądź maią ſpólną sobie miarę, bądź oney nie maią.

Tymże ſposobem mogłaby się wywieść propozycya (I. Części Artyk: XLV.) o proporcyi zachodzącey między liniami korreſponduiącemi w Figurach podobnych.

W tryangułach, i innych Figurach sobie podobnych, boki są proporcyonalne w tym nawet razie, gdy te boki mierzone być nie mogą ſpólną sobie miarą.

XXVIII.

Przez podobne też wywody ukaże się widomie, że propozycye w Artykułach XLIV, i XLVII pierwſzey Części wyłożone, gdzieśmy dowiedli: że rozciągłości Tryangułów i Figur podobnych zachowuią między sobą proporcyą kwadratów bokami onych korreſponduiącemi napisanych, że te, mówię, propozycye są zawſze i ogulnie prawdziwe, w ten czas nawet, gdy boki tych Figur takie są, że ſpólney sobie miary mieć nie mogą.

Tryanguły, i Figury podobne są zawſze w proporcyi kwadratów napisanych korreſponduiącemi onych bokami.

Weźmimy naprzykład Tryanguły podobne ABC, *abc*, á daymy że wysokości onych nie maią ſpólney miary z bazami; w tym razie żaden się nie znaydzie kwadrat byteż naymnieyſzy, któ-

TAB: VII. FIG: 11, i 12.

któryby za miarę służyć mógł Tryangułom razem i Kwadratom Bazami onych napisanym; to iest rozciągłości *abc*, *abde* równie nie będą mogły być mierzone spólną sobie miarą, iako i rozciągłości ABC, ABDE; z tym wszytkim to się niechybnie sprawdzić musi, że Tryanguł ABC będzie do kwadratu ABDE, iako Tryanguł *abc* do kwadratu *abde*.

W czym natychmiast upewnieni będziem, gdy ieno dobrze uważym, że im drobnieysze będą części Skali do mierzenia AB, i AC, służyć maiącey, którey podział od suppozycyi naszey zawisł, tym bliższemi będziem znalezienia liczb owych, które prawdziwą relacyą Tryangułu ABC do Kwadratu ABDE wyrażać maią. Więc dzieląc Skalę Tryangułu *abc*: zawsze na tęż samę liczbę części, na którą Skala Tryangułu ABC iest podzielona, á ostatki lub frakty odrzucaiąc, widzieć będziemy, że też same liczby równie wyrażać będą relacyą Tryangułu ABC do kwadratu ABDE, iako Tryangułu *abc* do kwadratu

dratu *abde*; tak dalece że gdyby podział Skali, co się myślić á nie dokazać może, przyszedł na resztę do liczby nieskończoney, ostatki lub frakty musiałyby zniknąć, á toby się mówić mogło: że liczby, któreby wyrażały relacyą Tryangułu *abc* do kwadratu *abde*, wyrażałyby też relacyą Tryangułu ABC do kwadratu ABDE, á tak Tryanguł *abc* byłby do Tryangułu ABC, iako kwadrat *abde* do kwadratu ABDE. Toż by się prawdziło w innych też Figurach podobnych.





POCZĄTKI GEOMETRYI.

TRZECIA CZĘSC.

O wymierze i własnościach Figur Cyrkularnych.



Od wymiaru Figur prosto-ściennych, gdy go dobrze iuż umiano, udać się bez wątpienia musiano do szukania ſposobu, którymby się wymierzać też mogły Figury liniami krzywemi określone, albo iednym słowem krzywo-ścienne. Pola bowiem i wſzytkie ogulnie place, które się do mierzenia zdarzaią, nie zawſze zawarte są w obrę-

obrębie z linii proſtych złożonym.

Częstokroć Figury krzywo-ścienne, także Figury mieſzane, to ieſt po części proſtemi, po części krzywemi liniami zamknięte, mogą być redukowane do Figur zgoła proſto-ściennych, iako się iuż o tym wyżey namieniło.

TAB: VIII. Fig: 1. Niech bowiem będzie Figura taka, iaka ieſt ABCDEFG, do mierzenia dana: Wziąwſzy bok krzywy AD za zbiór dwu, trzech, lub więcey linii proſtych, á na mieyſce linii krzywey FED położywſzy proſtą FD, będziem mieli Figurę proſto-ścienną ABCDEFG, tak mało różniącą się od pierwſzey, że iedna może być wzięta za drugą bez znaczney omyłki.

Możnaby więc mierzyć te Figury ſposobami wyżey podanemi do wymiaru Figur proſto-ściennych; lecz operacye takie nie zgodziłyby się z ową surowością Geometrom zwyczayną, która nic znieść nie może, coby zupełney precyzyi i demonſtracyi nie miało. Nad to są takie przypadki, w których dla redukcyi czyli zamiany Figury krzywo-

wo-

wo-ścienney albo tez mieſzaney na Figurę zgoła proſto-ścienną, trzebaby obręb oney dzielić na tak wielką liczbę części, że ſposób ów zwyczayny, przez który dzieli się Figura na tryanguły, ſtałby się do wykonania niepodobnym.

Iakoż niewiem ktoby miał ochotę użyć tego ſposobu, maiąc plac do mierzenia sobie dany taki naprzykład, iaki ieſt Z (Fig: 7.), albo też cały cyrkuł X (Fig: 8.). TAB: VIII. Inney bez wątpienia trzebaby ſzukać drogi, którąby przyiść można było do wymiaru Figur tym podobnych. My tu o tych tylko mówić będziemy, których obręby składaią się z łęków Cyrkułu.

I.

Niech będzie do mierzenia dana area Cyrkułu X, czyli rozległość placu w obrębie cyrkułu zawarta. Fig: 3. Naypierwiey uważać mamy, że Poligon, gdy w pisany ieſt w cyrkuł, im więcey ma boków, tym bliżſzy ieſt równości z cyrkułem.

Lecz

Lecz area lub rozciągłość Poligonu, (I. Części Artyk: XXII,) równa iest produktowi z boku BC, i półowy perpendykułu AH tyle razy wziętemu, ile Poligon ma boków; albo co na toż samo wychodzi, rozciągłość Poligonu ma za miarę produkt z obrębu całego BCDE &c, i półowy perpendykułu. Więc ponieważ za pomnożeniem boków do liczby nieskończenie wielkiey, rozciągłość, obręb, i perpendykuł Poligonu równałyby się rozciągłości, peryferyi, i promieniowi cyrkułu; Cyrkuł będzie miał za miarę produkt z peryferyi, i półowy promienia.

Miara cyrkułu iest produkt z Peryferyi przez półowę promienia multyplikowaney.

II.

TAB: VIII. Fig: 4.

Area cyrkułu iest równa Tryangułowi maiącemu za wysokość promień, á za bazę linią prostą peryferyi równą.

Z tąd idzie, że rozciągłość lub area cyrkułu BCD równa iest rozciągłości tryangułu ABL, któregoby wysokością był promień AB, á bazą linia prosta BL peryferyi równa.

III.

Do mierzenia tedy Cyrkułu dość będzie

będzie mieć wielkość promienia i peryferyi. Względem promienia żadney niemasz trudności, ponieważ będąc linią prostą łacno może być mierzony. Inna rzecz iest względem peryferyi: z tym wszytkim zmierzyć onę można nicią koło cyrkułu okręconą; co częstokroć w praktyce, gdzie nie o precyzyą lécz o prętkość idzie, dobrze się nadarza.

Lecz zmierzyć Geometrycznie peryferyą cyrkułu, albo co toż samo iest, determinować prawdziwą oney relacyą do promienia lub diametru: to iest, czego przez tak wiele wieków szukano, á do tych czas ieszcze nie odkryto. Przywiedzionoć onę do tego, że iuż na stotysiączną, milionową, i taką na resztę, iakąby kto sobie założył, promienia cząstkę, prawdziwey chybić niemoże: żeby się iednak albo w liniach Geometrzycznie ukazać, albo w liczbach skończonych zupełnie zamknąć i determinować mogła, tego mimo wielkich w tey mierze wynalazków, do tych czas ieszcze nie dokazano.

IV.

Nie mamy więc ieſzcze prawdziwey i zupełney relacyi, która zachodzi między peryferyą i promieniem lub diametrem cyrkułu: mamy iednak te, które są barzo bliſkie prawdziwey, albo, iak mówią Matematycy, prawdziwey przez approxymacyą dochodzą. Z tych prawie nayſławnieyſza á oraz nayproſtsza ieſt owa, którą wynalazł Archimedes.

Peryferya cyrkułu ma bliſko 22 takich części, iakich ſiedm zawiera cały diametr.

Ten podzieliwſzy diametr na 7 części, wyznaczył dla peryferyi tychże części mniey trochę niż 22, á więcey niż 21. Liczba tedy między temi dwóma śrzednia, pierwſzey iednak niż drugiey bliżſza, wyrażać będzie tę do 7 relacyą, którą ma peryferya do diametru.

V.

To zaś przez ſię iawno ieſt, iż gdyby wiedziano prawdziwą relacyą, którą ma iedna tylko iakakolwiek peryferya do swego promienia, tym samym wiedzianoby relacyą, którą maią wſzytkie inne peryferyé do swych promieni; po-

Peryferye cyrkułów są w proporcyi swych promieni.

ponieważ relacya peryferyi do promienia we wſzytkich zgoła cyrkułach taż sama być powinna. Co bez żadney demonſtracyi łacno widzieć można, to tylko zważywſzy: że iakiekolwiek operacye byłyby wprzód użyte do wymierzenia iedney peryferyi, to ieſt do determinowania wielkości oney w częściach promienia, tych samych potym użyćby trzeba było do wymierzenia każdey inney: więcby znaleść muſiano tak w iedney iako i w drugiey, i na reſztę we wſzyſtkich też samę liczbę części, z promienia każdey własnego, iako ze Skali innym podobney, wziętych.

VI.

Widomo także iest, że Cyrkuły maią ieſzcze powſzechną własność wſzytkim podobnym Figurom służącą; á ta ieſt (I. Części Artyk: XLVII.) że płaſzczyzny czyli rozciągłości są w proporcyi kwadratów bokami onych korreſponduiącemi napisanych. Lecz żeby się ta propozycya stosować mogła do cyrkułów, należy brać promienie

Płaszczyzny cyrkułów są proporcyonalne Kwadratom promieniami onych napisanym.

zamiast boków, á dopieroż wnosić, że rozciągłości cyrkułów są proporcyonalne kwadratom promieniami onych napisanym.

Ktoby nie widząc ścisłego związku tey propozycyi z Artykułem XLVII Części I, chciał mieć oney szczegulną demonstracyą, ten miałby dobrze uważyć, że toż samo iest komparować dwa z sobą cyrkuły BCD, EFG, co i dwa równe im tryanguły ABL, AEM, którymby peryferye BCD, i EFG w dłuż rozciągnione za bazy BL, i EM, á promienie AB, i AE za wysokości służyły. Lecz przez Artykuł przeszły te tryanguły byłyby sobie podobne; więc płaszczyzny onych, á zatym i cyrkułów, byłyby w proporcyi kwadratów napisanych korrespondniącemi bokami AB, AE, to iest promieniami Cyrkułów BCD, EFG.

TAB: VIII. Fig: 4, i 5.

VII.

Cyrkuły będąc zupełnie iedne drugim podobne, tę ieszcze maią Figur podobnych własność, iż gdy trzéma bokami

mi tryangułu rektangułu napisane będą trzy różne cyrkuły, ten, którego promieniem będzie Hipotenuza, zrówna się dwu innym razem wziętym.

Ze trzéch Cyrkułów napisanych trzema bokami tryangułu Rektangułu ten, który ma za promień Hipotenuzę, równy iest summie dwu innych.

Zawsze tedy można będzie napisać cyrkuł, któryby się równał summie dwu innych, á to nawet żadnego z nich niewymierzaiąc. Tak gdyby, naprzykład, trzeba było zrobić iakiekolwiek okrągłe naczynie, któreby miało też samę wysokość, i tyleż wody zawierać mogło, ile dwa inne teyże Figury: albo gdyby do fontanny chciano dać taką rurę, przez którąby tyle szło wody, ile przez dwie inne otworu danego; wszytkoby się to łatwo wykonało sposobem dopiero ukazanym.

VIII.

Gdyby się zdarzyła do mierzenia taka Figura, iaka iest V, którą Francuzi nazywaią koroną, á my nazwać możemy pierścieniem, to iest area zawarta między dwóma cyrkułami EFG, BCD toż samo centrum maiącemi; coby naypierwey w tym razie każdemu przyiść

TAB: VIII. Fig: 6.

W. Pierścień albo korona iest to plac zawarty między dwóma Cyrkułami toż samo centrum maiącemi.

przyiść na myśl mogło, byłoby to podobno: zmierzyć osóbno rozciągłość dwu cyrkułów, á mnieyſzą od większey odebrać. Wszakże łacno ieſt poſtrzedz, że toż samo Problema może się rozwiązać ſposobem w praktyce wygodnieyſzym.

Stawmy sobie tryanguł ABL, któremuby promień AB służył za wysokość, á linia proſta BL równa peryferyi BCD za bazę. Gdy się poprowadzi przez punkt E linia proſta EM parallela do BL, uformuią się dwa podobne tryanguły AEM, ABL, á zatym będzie AB do BL, iako AE do EM. Lecz przez założoną suppozycyą linia BL równa ieſt peryferyi BCD maiącey za promień linią AB. Więc linia też EM równa będzie peryferyi maiącey za promień linią AE, która ieſt częścią linii AB. Tożby się działo z iakąkolwiek inną liniią KI parallelą do BL: byłaby ona zawſze równa peryferyi napisaney promieniem AK.

Z wywiedzioney tąk równości peryferyi EFG, i linii proſtey EM, wynika

nika to koniecznie, że tryanguł AEM równy ieſt cyrkułowi EFG: á tym samym rozciągłość placu proſto-ściennego EBLM równa się koronie czyli pierścieniowi V do mierzenia danemu. Lecz gdy się ML rozdzieli na dwie części równe MI, IL, á przez punkt I poprowadzi linia HIP perpendykularna do BL: przybędzie do Figury tryanguł MHI równy tryangułowi odciętemu PLI. Zatym plac EBLM zamieni się na rektanguł EBPH. Więc pierścień V będąc równy rozciągłości placu EBLM, zrówna ſię też z rektangułem EBPH, i będzie miał za miarę produkt z linii EB multyplikowaney przez linią KI równą peryferyi napisaney promieniem AK.

Dla wymierzenia tedy pierścienia V, trzeba multyplikować onego szerokość EB przez peryferyą KOQ, która ſię zowie śrzednią między peryferyami BCD, i EFG, przeto że większa ieſt od peryferyi EFG, albo linii EM, á mnieyſza od peryferyi BCD, albo linii BL, od obudwu źaś różni ſię tąż samą wielkością MH, albo PL. Dla wymiaru pierścienia, trzeba multyplikować ſzerokość onego przez peryferyą śrzednią.

IX.

IX.

TAB: VIII. Fig: 2. Gdy się trafi do mierzenia Figura Y złożona z łęków cyrkułu, i linii pro- Fig: 7. ſtych, albo Figura Z zawarta w obrębie z samych łęków cyrkularnych złożonym; cała trudność będzie na wymierzeniu takich części cyrkułu, iaka ieſt Fig: 8. ABCE, między łękiem ABC, i cięciwą AC zawarta, á ſegmentum albo ucinkiem zwana. Wszytkie bowiem Figury czy to z samych tylko łęków cyrkularnych, czy to z łęków razem i z linii proſtych złożone, mogą być uważane, iako Figury proſto-ścienne, powiękſzone lub zmnieyſzone przez przydanie lub ujęcie segmentów.

Segment, albo ucinek cyrkułu ieſt to plac zawarty między łękiem i cięciwą.

Wymiar figur cyrkularnych redukuie ſię do wymiaru ſegmentu.

X.

Maiąc cyrkuł wymierzony, łacno można mieć wymiar iakiegokolwiek segmentu ABCE. Gdy się bowiem poprowadzą linie AT, CT do punktu T, to ieſt do centrum łęku, uformuie Fig: 8. ſię Figura ABCT sektorem zwana, którey rozciągłość będzie do cyrkułu, iako

łęk ABC do całey peryferyi, zatym będzie miała za miarę produkt z połowy promienia AT multyplikowaney przez łęk ABC. Gdy tedy od sektora tak determinowanego odetnie się tryanguł ACT, zoſtanie segment ABCE.

Sektor ieſt to część cyrkułu między dwóma promieniami, i łękiem zawarta.

Sektora i Segmentu miara.

XI.

Poſpolicie to się zdarza, że gdy mamy mierzyć Figurę taką, iaka ieſt Y, TAB: VIII. Fig: 2. centrum łęku HIK nie mamy: bez czego iednak wymiar figury obeyść ſię nie może, ponieważ do ſpoſobu w Artykule przeſzłym danego wchodzi promień, á ten nie ieſt ieno linia proſta z centrum do łęku prowadzona. Trzeba tedy żebyśmy umieli znaleść centrum, á zatym i promień każdego łęku cyrkularnego.

Niech będzie ABC * łęk Figury do wymiaru daney: gdy z iakichkolwiek dwu punktów A, i B na nim wziętych iako z centrów, napiſzęmy cztéry łęki *goi*, *foh*; *lpk*, *mpn*, pierwſze dwa iakimkolwiek promieniem, á drugie dwa tym samym lub innym według upodobania

Znaleść centrum iakiegokolwiek łęku cyrkularnego.

* Fig: 9.

bania wziętym; widomo będzie, że szukane centrum łęku ABC znaydować się musi na linii *op* przez punkt intersekcyi prowadzoney.

Dopieroż obierzmy ieszcze na tymże łęku ABC trzeci punkt C, á gdy z niego oraz z B, tak iako pierwey z A, i B, napiszęmy cztéry łęki, będziemy mieli linią prostą *qr*, na ktőrey także znaydować się musi żądane centrum łęku ABC. Więc to centrum musi być punktem intersekcyi T linii *op*, i *qr*.

XII.

Trzy tedy punkta iakokolwiek położone, byleby nie leżały w linii prostey, zawsze mogą być związane przez iakikolwiek łęk cyrkułu; albo co na toż samo wychodzi, iakakolwiek będzie proporcya boków AC, i BC do bazy tryangułu ABC, zawsze tryanguł może być otoczony peryferyą cyrkułu przez wierzchołki angułów prowadzoną.

TAB: VIII Fig: 10.

XIII.

XIII.

Gdy ten sposób otoczenia Tryangułu cyrkułem będzie stosowany do różnych tryangułów ACB, AEB, AGB &c, iednę spólną bazę AB, á różną wysokość maiących: uważaiąc wielkość angułów wierzchnych, C,E,G,&c, i pozycyą centrów względem bazy, łacno postrzeżęmy, iż wedle tego, iako rzeczone anguły, począwszy od C, który ze wszytkich iest naymnieyszy, tępieią coraz i staią się większemi: centra cyrkułów im własnych coraz barziey á barziey zbliżaią się do spólney bazy AB; tak dalece, iż gdy anguł G tryangułu AGB doszedł pewney wielkości, centrum cyrkułu przeszło na drugą stronę rzeczoney bazy. Lecz widząc tę centrów odmiąnę, radzibyśmy też wiedzieli, iaki iest rodzay tryangułu AFB w owym razie, gdy cyrkuł koło niego napisany ma swoie centrum na samey bazie AB.

TAB: VIII. Fig: 11.

TAB: VIII. Fig: 12.

Zebyśmy do tego przyszli, naypierwey uważać mamy, iż w tym razie część owa peryferyi, która przechodząc

przez wierzchołki trzech angułów, obeymuie cały tryanguł, ieſt pół-cyrkułem, albo raczey z bazą AB zawiera połowę cyrkułu. Ponieważ bowiem centrum cyrkułu wedle założoney suppozycyi ma się znaydować na bazie, á ta ſię z obu ſtron kończy u peryferyi; więc (I. Części Artyk: VI.) baza AB ſtanie się diametrem, na którego śrzodku centrum znaydować się muśi.

Dwie linie proſte z iakiegokolwiek punktu peryferyi prowadzone do końców diametru, zawieraią anguł proſty.

Dopieroż widzieć można, iż z iakiegokolwiek peryferyi punktu F prowadzone będą linie FA, FB, anguł AFB zawſze będzie proſty. Gdy się bowiem F związe z centrum M przez linią FM, uformuią się dwa tryanguły AFM, MFB, z których każdy będzie Izoscel; więc anguły AFM, MFB będą z osóbna równe angułom FAM, FBM, albo co na toż samo wychodzi, anguł AFB złożony ze dwu AFM, MFB zrówna się summie dwu angułów FAM, FBM. Lecz AFB, FAM, FBM razem wzięte czynią 180 gradusów, albo dwa anguły proſte; więc AFB czyni tego połowę, to ieſt ieden anguł proſty.

Każ-

Każdy tedy tryanguł rektanguł na bazie AB napisany, będzie miał tę własność, o którey teraz była kwestya, to ieſt że będzie mógł być otoczony cyrkułem, którego centrum znaydować się będzie na bazie.

XIV.

Ta własność cyrkułu: że anguł w nim zawarty, który wierzchołkiem swym dosięga peryferyi, á boki ma osadzone na diametrze, zawſze ieſt proſty: daie pochop do uważenia, ieśli inne też części cyrkułu nie maią podobney własności; naprzykład ieśli anguł ACB, AEB, AFB zawarte w ſpólnym segmencie ACEFB nie będą sobie równe, tak iako te, które się zawieraią w pół-cyrkule, są proſte. TAB: IX. FIG: I.

Zebyśmy w tey mierze co pewnego mieli, poſzukaymy wielkości iednego z tych angułów, á dopieroż obaczym, ieśli inne też samę maią wielkość. Weźmimy naprzykład anguł AEB, którego wierzchołek przypada na śrzodek łęku AEB. Ponieważ linia EDG prze- TAB: IX. FIG: 2.

cho-

chodząca przez centrum D rozcina ten anguł na dwie części równe, dość nam będzie zmierzyć iego połowę, to ieſt Anguł AED, albo, co na toż samo wychodzi, dość nam będzie wiedzieć, iaką ieſt częścią anguł AEG iakiegokolwiek angułu maiącego pewną miarę, iaki ieſt anguł ADG, który ma za miarę łęk AG.

Ieśli się uważy, że tryanguł AED ieſt Izoscel, łacno się poſtrzeże, że anguł AEG ieſt połową angułu ADG. Tym samym bowiem że tryanguł AED ieſt Izoscel, anguły iego AED, EAD (I. Części Artyk: XXXI) są równe. Lecz (I. Części Artyk; LXVIII) tym dwóm angułom razem wziętym równy ieſt anguł zewnętrzny ADG. Więc ieden z nich naprzykład AED albo AEG ieſt połową angułu ADG.

Dla teyże przyczyny anguł DEB, albo GEB będzie połową angułu GDB. Więc summa angułów AEG, GEB to ieſt anguł AEB będzie połową summy angułów ADG, GDB to ieſt angułu ADB. Aże temu służy za miarę łęk cały AGB, więc angułowi AEB słu-

służyć będzie łęk AG, to ieſt połowa łęku AGB.

XV.

Znalazſzy pewną miarę Angułu AEB, á chcąc wiedzieć ieśli ieſt on równy innym, które w tymże segmencie na spólnym łęku oſadzone wierzchołkami doſięgaią peryferyi: trzeba weyrzeć, ieśli którykolwiek z nich wedle upodobania obrany naprzykład AFB, ieſt połową angułu ADB na tym samym łęku opartego, á wierzchołek w centrum maiącego. W czym się natychmiaſt upewnim, gdy przez centrum D poprowadzim linią FDG. Na ów czas bowiem da się widzieć, że anguł AFB składa się ze dwu innych AFD, DFB, które podług Artykułu przeſzłego są połowami angułów ADG, GDB; á ztąd się wnieſie, że anguł AFB ieſt połową angułu ADB, zatym równy angułowi AEB. Tymże ſposobem wywieść można, że też anguł ACB i iakiekolwiek inne któreby się w spólnym segmencie podobnie zawierały, są sobie równe. I to ieſt, czegośmy się wprzód dorozumiewali.

TAB: IX. Fig: 3.

Wſzytkie anguły maiące wierzchołki u peryferyi á boki oparte na iednym ſpólnym łęku, ſą równe, i maią za spólną miarę, tegoż samego łęku, na którym oparte są, połowę.

TAB: IX. Fig: 1.

XVI.

XVI.

TAB: IX. Fig: 1. Między różnemi angułami maiącemi wierzchołki u łęku ACEFG często kroć znayduią się takie, że przeszła demonstracya zda się do nich nieściągać. Z tych iest anguł AFB, od dwu cięciw AF, FB tak uformowany, że linia od wierzchołka F przez centrum D prowadzona, ani angułu AFB, ani angułu ADB nie rozcina, i do śrzodka onych zgoła nie wchodzi. Lecz gdy się postrzeże, że anguł DFA iest połową angułu GDA, oraz anguł DFB połową angułu GDB: widomo będzie, że po odcięciu angułu DFA od angułu DFB, anguł zbywaiący AFB będzie też połową angułu ADB schodzącego z angułu GDB, za odcięciem angułu GDA.

Fig: 4.

XVII.

Uważanie Figur teraz od nas użytych może też być powodem komu do tego mniemania, że demonstracya przeszła nieściąga się, ieno do segmentów od

od pół-cyrkułu większych. Wszakże oświecić się w tym łacno można, uważaiąc że każdy z takich nawet angułów, iaki iest AFB, któryby miał wierzchołek w segmencie od pół-cyrkułu mnieyszym, byłby zawsze złożony ze dwu innych DFB, DFA, które są połowami angułów BDG, ADG, zatym miałby za miarę połowę dwu łęków BG, AG, to iest połowę łęku całego AGB. TAB: IX. Fig: 5.

XVIII.

Upewniwszy się o równości angułów AEB, AFB, AHB w tym samym segmencie zawartych, chcielibyśmy ieszcze wiedzieć, co się też stanie z angułem AQB, gdy wierzchołek iego zeydzie się z B, to iest ostatnim punktem bazy AB. Ma-li on w tym razie zniszczeć? wszakże do tego samego przyyśćby nie mógł, ieno przez nieiakie stopnie zmnieyszania się: nie widać zaś coby to był za stopień albo punkt zmnieyszania się, do którego przyszedłszy miałby cale zniknąć, i niebyć więcey angułem. Ieśli zaś i w tym razie nie TAB: IX. Fig: 6.

nie przeſtaie być angułem: iakże dociec iego miary? Iest to trudność, która rozwiązana być nie może bez pomocy Geometryi do wielkości nieſkończenie małych ſtosowaney. Tey iakakolwiek znaiomość, nie większa nawet od owey, którą naturalnie wſzyscy ludzie maią, posłużyć nam tu może, gdy trochę tylko rozwiedziona, i obiaśniona będzie.

Uważmy naypierwey, że gdy punkt E zbliżaiąc się coraz do B, przebiega punkta F, H, Q &c, linia EB ſkraca ſię uſtawicznie, albo raczey niemieſzcząc ſię w obrębie cyrkułu, coraz ſię znaczniey zań wymyka; przeciwnie zaś anguł EBA między tąż linią EB, i drugą AB zawarty roście, i coraz ſię barziey á barziey rozwiera. Lecz chociażby linia EB przyſzedłszy iuż do wielkości i pozycyi linii QB, naybarziey ſkrócona była, przecież anguł AQB, nie przeſtanie być angułem: ponieważ bok iego QB, lubo po iedney ſtronie bazy AB dla małości swoiey nieznaczny i prawie iuż niewidzialny, na drugą iednak ſtronę, teyże bazy całą niemal długość swoię ku R rozciągaiący, nie przeſtaie być do boku AQ ſkłoniony. A tak anguł AQB ieśli nie dla samey linii QB, tedy dla kontynuacyi czyli podłużenia oney, muſi być znaczny i widzialny. Cóż, będzieli taki na on czas, gdy linia QB skracaiąc ſię ieſzcze barziey, przyidzie na reſztę do oſtatniego punktu, i zniknie? co się ſtanie w ten czas z oney pozycyą, i podłużeniem?

Lecz z tego, co się namieniło o ſposobie, którym ſię linia EB, albo QB ſkraca: to ieſt że ſkrócenie tey linii z iedney ſtrony, ieſt podłużeniem oney na drugą ſtronę bazy AB, iuż widomo ieſt: że pozycya i podłużenie linii QB ieſt toż samo, co linia BS, która tak ſię dotyka cyrkułu na iednym tylko punkcie B, że go nigdzie więcey nie gaba, i przeto nazywa się *Tangens*.

Tangens ieſt to linia proſta dotykaiąca cyrkułu na iednym tylko punkcie.

Rzecz tedy iuż przez ſię iasna ieſt, że za zniknieniem, czyli raczey przeyściem linii EB na drugą ſtronę bazy AB, á złączeniem ſię z tąż samą bazą linii AE, po różnych swych skróceniach ſię i pozycyach na AF, AH, AQ &c:

 An-

Angul segmentu iest ten, który się między cięciwą i linią (*Tangens*) zawiera. Miara iego iest połową łęku należącego do segmentu.

Anguł AEB będąc wprzód angułem AFB, AHB, AQB, ſtaie się oſtatecznie ABS między cięciwą AB, i linią (*Tangens*) BS zawartym: który angułem segmentu nazwany, tę własność zachować powinien, że ma mieć za miarę połowę łęku AGB.

Tę demonſtracyą, acz dla swey abſtrakcyi poczynaiącym nie łatwą, położyć tu sądziliśmy, przeto że może być barzo pożyteczna dla tych, którzyby nieprzeſtaiąc na początkach Matematyki, mieli ochotę ćwiczyć ſię w Geometryi wyżſzey, albo do wielkości nieſkończenie małych stosowaney. Tym bowiem ſposobem wcześnie przyzwyczaić się mogą do podobnych uwag, których rzeczona Geometrya wyciąga.

Ieśliby iednak ta demonstracya nad poięcie i siły poczynaiących była, łacno pokazać im ſposób znalezienia inney, wykładaiąc naypierwſzą własność linii *Tangentes* zwanych.

XIX.

XIX.

TAB: IX. FIG: 7. Linia *Tangens* ieſt perpendykularna do diametru przechodzącego przez punkt na którym *Tangens* dotyka ſię cyrkułu.

Ta własność zależy na tym, że linia tykaiąca się cyrkułu na iednym tylko punkcie B, powinna być perpendykularna do diametru IDB, który przez ten punkt przechodzi. Ponieważ bowiem krzywość cyrkułu tak ieſt iednoſtayna, że każdy diametr IDB dzieli go na dwie części IAB, IOB równe, i równie względem tegoż diametru położone: to też być muſi, że dwie części linii BS, BH, z których ſię składa *Tangens* tym dwóm pół-cyrkułom ſpólna, są równie względem tegoż diametru położone. Toby zaś nie mogło być, gdyby diametr IDB niebył perpendykularny do linii HBS, która ieſt *Tangens*.

XX.

TAB: IX. FIG: 7.

Z tąd iuż łacno widzieć, dla czego anguł segmentu ABS ma za miarę połowę łęku AGB.

Anguł bowiem ADB wzięty razem z dwóma angułami równemi DAB, DBA, czyni (I. Części Artyk: LXIV) dwa

dwa anguły profte. Więc połowa angułu ADB wzięta z iednym angułem DBA czyni ieden anguł profty. Lecz anguł DBA z angułem ABS czyni też anguł profty. Więc anguł ABS równa fię połowie angułu ADB. Zatym iako angułu ADB, tak i angułu ABS będzie miarą połowa łęku AGB.

XXI.

Dana dopiero demonftracya tey własności cyrkułu: że anguł ABS ma za miarę połowę łęku AGB, podaie nam solucyą naftępuiącego Problema:

TAB: IX. Fig: 8, i 9.

Co to ieft napisać taki segment, w którymby fię zawrzeć mógł anguł dany?

Na linii AB napisać segment cyrkułu, w którymby fię zawrzeć mógł dany anguł L; to ieft napisać segment AFB, w którymby wfzytkie anguły u peryferyi, takie naprzykład, iaki ieft AFB, równały się angułowi L.

Spofób napisania segmentu, w którym ma fię zawrzeć anguł dany.

Dla solwowania tego Problema: z punktów A, i B trzeba napisać anguły BAS, i ABS z osóbna równe angułowi L: dopieroż podnieść dwie linie AD, i DB perpendykularne do AS, i BS; punkt fpotkania fię onych będzie centrum fzukanego łęku AFB.

Linie bowiem BS, AS przez Artykuł XIX będą *Tangentes* cyrkułu, którego centrum będzie D, á promień AD albo BD, ponieważ AD, i BD są perpendykularne do BS, i AS. Nadto przez Artykuł przefzły anguł ABS ma za miarę połowę łęku AGB: lecz połowa łęku AGB, przez Artykuł XV, ieft też miarą wfzytkich angułów takich, iaki ieft AFB. Więc te anguły AFB będą równe angułowi ABS, to ieft angułowi L, tak iako Problema wyciąga.

XXII.

Ze własności segmentów cyrkułu, któreśmy dopiero wyłożyli, odkryte są i znaiome, wedle wfzelkiego podobieńftwa winniśmy to iedynie samey Geometrów ciekawości. Wszakże co fię wielu innym wynalazkom zdarzyło, to się i temu trafić mufiało, że co pierwey za rzecz ciekawą tylko á do niczego niezdatną miano, z tego potym wielkie pożytki odniefiono. Własności cyrkułu, któreśmy tu demonftrowali,

li, iak szczęśliwie i pożytecznie w praktyce użyte były, wieleby dać można przykładów. My tu przywiedziemy ieden zawarty w następuiącym Problema, którego solucya częstokroć w Geografii bywa potrzebna.

TAB: IX. Fig: 10. Znaleść odległość iakiego mieysca od trzéch innych, których pozycye są wiadome.

Niech będą trzy różne mieysca A, B, C, których odległości wzaiemne AB, BC, AC są wiadome: radzibyśmy wiedzieć iakie są tych mieysc odległości od punktu D, z ktòrego widzieć one można, lecz do żadnego przystąpić nie można. Cóż w tym razie czynić?

TAB: IX. Fig:10, i 11.

Naprzód położyć mamy na karcie trzy punkta *a*, *b*, *c*, któreby taką względem siebie zachowały pozycyą, iaką maią trzy dane punkta A, B, C; albo mówiąc Geometrycznie, mamy napisać tryanguł *abc* podobny tryangułowi ABC.

Dopieroż Grafometrem lub innym Goniometrykiem zmierzywszy wielkości angułów ADB, BDC; na bazie *ab* napiszęmy segment *bda*, w którymby się mógł zawierać anguł ADB, á na bazie *bc* segment *bdc*, w którymby się mógł

mógł także mieścić anguł BDC; co gdy wykonamy, spotkanie się tych dwu segmentów na punkcie *d*, wyznaczy nam na karcie pozycyą mieysca D, tym sposobem, że linie *da*, *db*, *dc*, tak będą względem linii *ab*, *bc*, *ac*, iako odległości żądane DA, DB, DC, względem odległości danych AB, BC, AC; co niepotrzebuie demonstracyi, ponieważ iawno iest z tego, co się wyżey mówiło o Figurach podobnych.

XXIII.

Opuściwszy wiele innych przykładów, przez któreby ukazać można było, iak wiele korzystała praktyka z tych własności cyrkułu, któreśmy wyżey demonstrowali, pódźmy ieszcze do owych, które się wywodzą z pierwszych i niemniey iak pierwsze są pożyteczne.

W czym, żebyśmy zachowali porządek, uważmy naypierwey, że z równości dwu iakichkolwiek angułów EDC, EBC zawartych w cyrkule, á na tym samym łęku EC opartych, to się wnieść powinno: że tryanguły DAE, TAB: X. Fig: 1.

BAC maią też same anguły, to ieſt (I. Części Artyk: XXXIX,) że te tryanguły są sobie podobne.

Dla którey bowiem przyczyny anguł EDC ieſt równy angułowi EBC, dla tey samey anguł DEB będzie równy angułowi DCB; á co się tycze angułów DAE, BAC, te widomie są równe: iuż to że ſię zawieraią między temi samemi liniami po wzaiemney swey interſekcyi podłużonemi, á zatym równie do siebie tak z iedney iak i z drugiey ſtrony skłonionemi: iuż to że ſkoro dwa anguły iednego tryangułu są równe dwóm angułom drugiego, trzeci też musi być koniecznie równy trzeciemu. (I. Części Artyk: XXXVIII.)

Dopiero żebyśmy łacniey mogli rozeznać w tryangułach ADE, ABC, powſzechne własności tryangułów podobnych, (TAB: X. FIG: 1, i 2.) połóżmy tryanguł DAE, na tryangule BAC tym ſposobem, żeby AD na AB, AE na AC, doſkonale przypadły, á tym samym baza DE ſtała ſię parallela do BC. To wykonawſzy przypomnimy sobie:

1.° Ze

1.° Że gdy dwa tryanguły ADE, ABC są sobie podobne, cztéry boki AC, AE, AB, AD są proporcyonalne; (I. Części Artyk: XXXIX.)

2.° Że w każdey proporcyi produkt z terminów kraynych ieſt równy produktowi z terminów ſrzednich; (II. Części Artyk: VIII.) Zkąd iuż wnieſiemy: że rektanguł albo produkt z linii AC i AD ieſt równy rektangułowi z linii AE i AB. Co ieſt iedną z znacznych własności cyrkułu, i co ſię inaczey tak może wyrażić: ieśli dwie linie proſte tak są prowadzone w cyrkule, że iedna drugą przecina, produkt ze dwu części iedney, równy ieſt produktowi ze dwu części drugiey.

(Gdy ſię dwie cięciwy rozcinaią w cyrkule, rektanguł z części cięciwy iedney równy ieſt rektangułowi, z części cięciwy drugiey.)

XXIV.

Ieśliby dwie linie proſte BE, DC (TAB: X. FIG: 3.) przecinały się perpendykularnie w cyrkule, á iedna z nich naprzykład DC była diametrem, widomo ieſt że druga byłaby rozcięta na dwie części równe AB, AE: których produkt ponieważ byłby kwadratem, własność cyrkułu w

 prze-

Kwadrat z iakieykolwiek perpendykularney podniesioney z diametru do peryferyi, iest równy rektangułowi ze dwu części na które się dzieli diametr.

przeszłym Artykule wyłożona takby się w tym razie wyrazić miała: ieśli w cyrkule z diametru DC podniesiona będzie iakakolwiek perpendykularna AB, kwadrat oney będzie równy rektangułowi z AD, i AC.

XXV.

Zamienić Rektanguł na kwadrat.

TAB: X. FIG: 4.

Zdarza się częstokroć potrzeba zamienienia rektangułu na kwadrat: co iak się ma wykonać, przeszły Artykuł podaie nam łatwy sposób. Niech będzie ACFE rektanguł, który ma się zamienić na kwadrat: podłużywszy ieden z boków naprzykład większy AC ku D, tak żeby linia AD zrównała się mnieyszemu bokowi AE, należy napisać diametrem DC połowę cyrkułu DBC: w którym gdy się bok EA tak podłuży, ażby dosięgnął peryferyi na punkcie B, linia AB będzie bokiem kwadratu szukanego, to iest równego rektangułowi danemu ACFE.

XXVI.

XXVI.

Co to iest linia śrzednia proporcyonalna między dwóma liniami?

TAB: X. FIG: 4.

Problema to zgoła nieróżni się od owego, które tak wyrażone bywa: znaleść linią śrzednią proporcyonalną między dwóma liniami danemi. Przez śrzednią zaś proporcyonalną rozumie się linia taka, która tak iest wielka czyli wielokrotna względem naymnieyszey, iak iest mała względem naywiększey; to iest, że ieśli naprzykład AB iest śrzednia proporcyonalna między AD i AC, tak się ma AD do AB, iako AB do AC; á zatym (II. Części Artyk: VIII) produkt z AD, i AC, to iest rektanguł z tych dwu linii będzie równy produktowi z linii AB multyplikowaney przez AB, to iest kwadratowi z AB. A to iest właśnie, iako każdy widzieć może, czego wyciąga Problema Artykułu przeszłego.

Sposób nalezienia linii śrzedniey proporcyonalney między dwóma liniami danemi.

Dla znalezienia tedy śrzedniey proporcyonalney między dwóma liniami, trzeba zamienić rektanguł z tych dwu linii na kwadrat: tego bok będzie linią żądaną.

XXVII.

XXVII.

Inny sposób naleźienia linii śrzedniey proporcyonalney.

Można też ieszcze znaleść śrzednią proporcyonalną między dwóma liniami innym sposobem, który podaie nam własność cyrkułu w Artyk: XIII. wywiedziona. Daymy naprzykład, że AC iest naywiększa ze dwu linii danych, á AD naymnieysza. Linią AC iako diametrem napisawszy połowę cyrkułu ABC przenieśmy na tenże diametr AC linią mnieyszą AD; dopieroż z punktu D podnieśmy perpendykularną DB. Ta spotkawszy się z peryferyą pół-cyrkułu, wyznaczy punkt B, który złączony z punktem A da nam linią AB śrzednią proporcyonalną między dwóma danemi AD, i AC Poprowadziwszy bowiem linią BC, widomo iest, że tryanguł ABC będzie u B rektanguł: zatym (I. Części Artyk: XXXVIII,) tryangułowi ADB podobny: ponieważ dwa te tryanguły rektanguły maią ieden anguł A spólny. Lecz ieśli tryanguły ABC, ADB są podobne, maią boki proporcyonalne. Więc będzie AD

TAB: X. Fig: 5.

do

do AB, iako AB do AC; więc AB będzie śrzednia proporcyonalna między liniami danemi AD, i AC.

XXVIII.

Zamienić figurę prosto-ścienną na kwadrat.

Gdyby chciano zamienić iakąkolwiek prosto-ścienną Figurę na kwadrat, mogłoby się to wykonać przez Artykuł XXV, do którego żeby to Problema było redukowane, nie trzeba więcey iak tylko daną Figurę zamienić na rektanguł. Co iest barzo łacno, ponieważ Figury prosto-ścienne nie są iak tylko zebraniem tryangułów, każdy zaś tryanguł iest połową rektangułu maiącego też samę bazę i wysokość, á na resztę wszytkie rektanguły złożone z tryangułów gdy do iedney wysokości redukowane będą, złożą ieden rektanguł (II. Części Artyk: VI).

XXIX.

FIGURY zamknięte w obrębie, do którego łęki cyrkularne wchodzą, mogą być także zamienione na kwadraty,

gdy

gdy ieno długość łęków składaiących obręb wprzód wymierzona będzie. W ten czas bowiem maiąc to przed oczéma, co się mówiło w Artykułach IX, i X, o wymierze wszytkich Figur cyrkularnych, można będzie te Figury, tak iako prosto-ścienne, zamieniać na rektanguły, rektanguły zaś na kwadraty.

XXX.

Napisać kwadrat któryby miał relacyą daną do kwadratu danego.

Własność cyrkułu w Artyk: XXIV, zawarta służy nam ieszcze do łacnego napisania kwadratu, któryby miał relacyą daną do kwadratu danego. A to iest Problema, którego solucyą dać obiecaliśmy w Artykule XXII wtórey Części.

TAB: X. Fig: 6.

Daymy naprzykład, że kwadrat, który napisać chcemy, ma być do kwadratu ABCD, iako linia M do linii N. Ten żebyśmy napisali, naprzód rozdzielmy (I. Części Artyk: XLI,) danego kwadratu bok CB na punkcie E, tym sposobem, żeby linia CB tak się miała do BE, iako N do M; potym z punktu E poprowadźmy EF parallelę do

do AB. Rektanguł ABEF, który ztąd wyniknie, będzie miał rozciągłość kwadratu żądanego. Niezostanie nam tedy, iako znaleziony rektanguł zamienić na kwadrat.

XXXI.

TAB: X. Fig: 7, 18.

Napisać poligon, któryby do innego poligonu sobie podobnego miał relacyą daną.

Chcąc napisać Poligon HIKLM, któryby miał też samę relacyą do poligonu ABCDE, którą ma linia X do linii Y: trzeba naprzód bokiem AB poligonu danego napisać kwadrat ABGF, potym szukać innego kwadratu, któryby tak był względem kwadratu ABGF, iako linia X względem linii Y; na resztę bokiem HI kwadratu znalezionego napisać poligon HIKLM podobny danemu ABCDE. Nowy ten Poligon będzie Poligonem żądanym. Przyczyna tego łacno się znaydzie, gdy się ieno przypomni, (I. Części Artyk: XLVIII.) że Figury podobne są proporcyonalne kwadratom bokami onych korrespondniącemi napisanym.

XXXII.

Napisać cyrkuł, któryby do innego cyrkułu danego miał relacyą daną.

Gdyby chciano napisać cyrkuł, któregoby rozciągłość tak była względem rozciągłości cyrkułu danego, iako X względem Y, trzebaby napisać kwadrat, któryby się tak miał do kwadratu napisanego promieniem cyrkułu danego, iako X do Y: á bok tego nowego kwadratu byłby promieniem cyrkułu żądanego.

XXXIII.

Iest ieſzcze iedna własność cyrkułu wynikaiąca zowey, która nam służyła do rozwiązania przeſzłych Problematów.

TAB: X. FIG: 9.

Ieśli z punktu wziętego za obrębem cyrkułu będą prowadzone dwie linie przezeń przechodzące, rektanguły z onych przez owe części za cyrkułem leżące multyplikowanych są równe.

Ieśli z punktu A wziętego za obrębem cyrkułu, będą poprowadzone według upodobania dwie linie proſte ABC, ADE, z którychby tak iedna na dwu punktach B, i C, iako i druga na dwu także punktach D, i E, rozcięła peryferyą cyrkułu: tryanguły ACD, AEB, które się uformuią za ukośnym rzeczonych punktów złączeniem przez linie CD, BE, będą sobie podobne: ponieważ

waż prócz angułu ſpólnego A, będą miały anguły C, i E, wierzchołkami peryferyi tykaiące, bokami zaś na ſpólnym łęku oparte, á tym samym równe. Z podobieńſtwa zaś tryangułów CAD, EAB to ſię wnoſić powinno, że cztéry linie AB, AD, AE, AC będą proporcyonalne, á zatym rektanguł z kraynych AB, i AC, będzie równy rektangułowi ze śrzednich AD, i AE; co się tak wyrazić może: ieśli z iakiegokolwiek punktu A wziętego za obrębem cyrkułu będą prowadzone według upodobania linie proſte AC, i AE, któreby rozcinały cyrkuł: rektanguł z całey AC, i z części za cyrkułem leżącey AB, będzie równy rektangułowi z całey AE, i z części za cyrkułem także leżącey AD.

XXXIV.

Ieśliby linia proſta AF prowadzona z rzeczonego punktu A niewchodziła do śrzodka cyrkułu, ale go tylko dotykała na iednym punkcie F: własność cyrkułu w przeſzłym Artykule zawar-

Kwadrat z linii (*Tangens*) jest równy rektangułowi z linii (*Secans*) przez owę część za obrębem cyrkułu leżącą multyplikowane.

ta na tęby się zamieniła: kwadrat linii (*Tangens*) AF jest równy rektangułowi z całey linii AE rozcinaiącey cyrkuł, i przeto *Secans* nazwaney, oraz z części AD teyże linii za cyrkuł wychodzącey. Co się bardzo łacno demonstrować może. Gdy bowiem *Tangens* AF tak będzie uważana iakby była *Secans*, to iest iakby na dwu punktach nieskończenie siebie bliskich rozcinała cyrkuł, w tym razie zamiast dwu owych AB, i AC, z którychby się tak, iako w cyrkule przeszłym rektanguł miał uformować, iedna tylko i taż sama będzie linia AF, á tak zamiast produktu albo rektangułu z linii AB, i AC, będzie kwadrat z linii AF.

XXXV.

TAB: X. FIG: 10.

Propozycya w przeszłym Artykule demonstrowana pokazuie nam walor kwadratu linii (*Tangens*) AF, lecz nie podaie sposobu, którym taż sama *Tangens* ma być prowadzona z danego punktu A za obrębem cyrkułu. Wszakże gdy sobie przypomnim (Artyk: XIX.) że

Z danego punktu za obrębem cyrkułu, poprowadzić do tegoż cyrkułu linią (*Tangens.*)

że *Tangens* FA ma być perpendykularna do promienia FG: natychmiast postrzeżęmy, że prowadzenie tey linii zawisło od determinowania na peryferyi punktu F, na którymby anguł AFG, który ma *Tangens* zawierać z promieniem, był prosty. Gdy tedy na linii AG z danego punktu A do centrum G prowadzoney napiszęmy półowę cyrkułu: Intersekcya wzaiemna pół-cyrkułu z danym cyrkułem FKO (Artyk: XIII) wyznaczy nam punkt żądany F.



PO-



POCZĄTKI GEOMETRYI.

CZWARTA CZĘSC.

O ſposobie mierzenia Figur pełnych, albo tych wielkości, które ſię zowią Solida: *także o wymierze zwierzchnych rozciągłości, któremi Solida zewſząd określone są.*



LUBO te nauki, którešmy we trzech pierwszych częściach ugruntowali, mogłyby nam zupełnie służyć do rozwiązania innych też Problematów nie równie trudneiyſzych za te, które dopiero mamy przełożyć; więcey iednak zależy na tym, abyśmy

śmy trzymaiąc się porządku, któryśmy wprzód zachowali, udali się do wymiaru Figur pełnych, to iest wielkości maiących długość, szerokość, i głębokość czyli wysokość.

Ten wymiar bez wątpienia był iednym z onych obiektów, które naypierwiey obróciły na się uwagę Geometrów. Do czego różne mogły być powody. Chciano wiedzieć naprzykład, wieleby się znaydowało cegieł albo ciosanych kamieni równey wielkości w iakim murze, którego wysokość AD, długość AB, szerokośc BG były wiadome. Trzeba było determinować, wiele zawiera się wody w iakiey fossie, studni, albo sadzawce ABCD; iaka też iest ogromność wieży, Obeliszka, pałacu lub innego gmachu &c.

TAB: XI. Fig: 1.

Fig: 2.

Zebyśmy postąpili z Figurami maiącemi trzy rzeczone dymensye tym samym sposobem, któregośmy się trzymali w Figurach płaskich, albo dwie tylko dymensye maiących, uważmy naypierwiey te solida, które płaskiemi ścianami są określone.

Nie

Nie trzeba iuż nam będzie mówić o sposobie mierzenia zwierzchnych rozciągłości, które tym Solidom służą za ściany: one bowiem, ponieważ składać się muszą z figur prosto-ściennych, mierzone być mogą sposobem w pierwszey części opisanym.

I.

Zebyśmy do wymiaru pełności Solidów przyiść mogli, zda się być nayłacnieysza i naykrótsza droga, komparować one z nayprostszą i nayregularnieyszą bryłą ze wszytkich Solidów, tak iako figury płaskie, gdy szło o wymiar onych, komparowane były z kwadratem. Ta zaś bryła ze wszytkich Solidów nayprostsza i nayregularnieysza iest Kubus, który w rzeczy samey tóż samo iest względem figur pełnych, co kwadrat względem figur płaskich. Iest to bowiem wielkość taka, iaka naprzykład daie się widzieć w Figurze *abcdefgh*, którey długość, szerokość, i wysokość są równe, albo, co na toż samo wychodzi, iest to figura sześcią równemi kwadratami zamknięta.

Kubus iest to bryła sześcią równemi kwadratami zewsząd określona: á wszystkim Solidom za spólną miarę służąca.

TAB: XI. Fig: 3.

U Bo-

Bokiem Kubusa zowie się bok owych kwadratów, które ſłużą mu za ściany.

Przez stopę kubiczną rozumie się Kubus, którego bok ma ſtopę iednę długości. Toż mówić o sążniu, łokciu, calu &c kubicznym: ſą to bryły kubiczne, których boki maią sążeń, łokieć, cal &c długości.

II.

TAB: XI. FIG: 1.

Parallelopiped ieſt bryła sześcią rektangułami określona.

Płaſzczyzny zowią ſię parallele, które w całym swym rozciągu równie iedne od drugich są odległe.

Solida, których wymiar zdarza ſię náyczęściey, są bryły podobne Figurze ABCDEFGH, to ieſt zamknięte sześcią rektangułami ABCD, CBGF, CFED, DEHA, GFEH, ABGH. Zowiemy ie Parallelopipeda, przeto, że ściany onych na przeciw siebie leżące będąc w całym swym rozciągu równie iedne od drugich odległe, nazwane są parallele, na wzor owych linii, które też samę wſzędy zachowuią od siebie odległość.

III.

Mierzyć zaś takowe solida, ieſt to Problema podobne owemu, które się

ściąga

ściąga do mierzenia rektangułów, á za tym podobnym też ſpoſobem rozwiązane być powinne. Trzeba więc iakąkolwiek miarą na sążnie, łokcie, stopy, lub cale &c podzieloną, wymierzyć wſzytkie trzy dymenſye figury daney, to ieſt: długość AB, szerokość BG, wyſokość albo głębokość AD: dopieróż ze trzech liczb trzy rzeczone wymiary zawierających uczynić produkt; ten wyrażać będzie zawartą w parallelopipedzie liczbę sążni, łokci, ſtop, calów &c kubicznych, wedle tego, iako rzeczone dymenſye w sążniach, łokciach, stopach, calach &c wzięte były. Treść i porządek tey operacyi w przykładzie lepiéy ſię pokaże.

Wymiar parallelopipedu.

Daymy że wysokość AD ma 6 łokci, długość AB 5, á szerokość BG 4; więc rektangul ABCD, to ieſt (I. Części Artyk: XII.) produkt z AD, i z AB zawierać będzie 6 razy 5, albo 30 łokci kwadratowych. Dopieróż ieśli linie BG, CF, DE, AH, z których każda nien niey iako BG, mierzy szerokość figury, podzielone będą na cztéry części równe, to ieſt na łokcie, á przez

 pun-

punkta korresponduiące podziałów przeprowadzą ſię płaſzczyzny, iedne do drugich parallele: dany do wymiaru parallelopiped, rozdzielony będzie na cztéry inne maiące wyſokość i długość spolną z całym, á szerokość na łokieć ieden, wſzytkie zaś podobne sobie i równe. Aże piérwſzy z tych czterech parallelopipedów, iako w samey figurze łacno widzieć, zawiera 30 łokci kubicznych, ponieważ zewnętrzna iego ściana ABCD ſkłada ſię ze 30 łokci kwadratowych; więc cały parallelopiped ABCDEFGH, zawierać będzie 4 razy 30, to ieſt 120 łokci kubicznych.

IV.

Opuściwſzy rozmaite spoſoby do konſtrukcyi parallelopipedów ſłużące, á po więkſzey części tak łacne, że same przez ſię każdemu przyiść na myśl mogą, przeſtańmy na tym, który pożyteczniey nad inne uważany być może, chociaż ſię do imaginacyi tylko, á nie do praktyki ściąga. A ten ieſt: imaginować

wać sobie, że iakikolwiek kwadrat albo rektanguł ABGH tak ſię pomyka w górę, iż nowe onego pozycye, których nabywa, są zawſze parallele do pierwſzey, á każdy ze cztérech angułów A, B, G, H, przebiega iedne ze czté rech linii AD, BC, GF, HE perpendykularnych do płaſzczyzny rektangułu ABGH.

Parallelopiped formuie ſię przez kwadrat lub Rektanguł tak pomykany, że nowe onego pozycye są zawſze względem pierwſzey parallele.

V.

Prawie niepotrzebna zda się być przeſtroga, że przez linią do płaſzczyzny perpendykularną, rozumiemy taką linią, która ſię w żadną ſtronę ku tey płaſzczyznie nieſkłania. Tóż mówić o płaſzczyznach, z których, gdy iedna tak ſtoi proſto na drugiey, że ſię na żadną ſtronę nieſkłania, ieſt do niey perpendykularna.

Linia perpendykularna do płaſzczyzny ieſt ta, która się w żadną ſtronę ku niey nie ſkłania. Toż mówić o płaſzczyznach wzaiem do ſiebie perpendykularnych.

Te dwie definicye są podobne owey, która ſłuży linii perpendykularney względem inney linii, w piérwſzey części dana.

VI

VI.

TAB: XI. Fig: 4.

Linia perpendykularna do płafzczyzny, ieft perpendykularną do wfzytkich linii teyże płafzczyzny prowadzonych z punktu, na którym ona ftoi.

Ztąd zaś idzie, iż linia AB, tym samym że ieft perpendykularną do płafzczyzny X, powinna też być perpendykularną do wfzytkich linii AC, AD, AE, &c prowadzonych z punktu A, na którym ona ftoi, á leżących na rzeczoney płafzczyznie. Ieft bowiem rzecz widoma, iż gdyby ta perpendykularna fkłaniała fię ku któreykolwiek z tych linii, byłaby tym samym fkłoniona ku iedney ftronie płafzczyzny, więc nie byłaby do niey perpendykularna.

VII.

Chcąc mieć dowod oczewifty, iż linia AB może być perpendykularną do wfzytkich linii z oftatniego oney punktu na płafzczyznie prowadzonych, trzebaby mieć figurę nie ryfowaną, ale na wierzch wyrabianą, którą tym spofobem wykonać można. Naprzód z iakieykolwiek materyi gładkiey i giętkiey, naprzykład z kartónu zrobić rektanguł FGDE, i rozdzielić go na dwie części równe przez linią AB, perpendy-

Fig: 5.

pendykularną do boków ED, FG; po tym złamawfzy ten rektanguł wdłuż linii AB, tak żeby ta linia przypadła na samo złamanie, poftawić go na płafzczyznie X, bokiem ED na dwie części AE, AD, złamanym. To gdy fię ftanie, widzieć będzie można, iż pod iakimkolwiek angułem rozwierane będą dwie części FBAE, GBAD złamanego rektangułu EADGBF, zawfze do płafzczyzny przylegać i po niey ślizgać fię mufzą, á linia AB też samę pozycyą względem rzeczoney płafzczyzny nieodmiennie zachowa. Więc linia AB będąc perpendykularną do boków AE, AD przez konftrukcyą, będzie też perpendykularną do wfzytkich linii z oftatniego oney punktu A na płafzczyznie X prowadzonych, ile że boki AE, AD przez różne rozwarcia koło linii AB obracane, z onemi fię schodzić i spadać będą mufiały.

TAB: XI. Fig: 6.

VIII.

Z konftrukcyi teraz opisaney wynika bardzo łacny i wygodny w praktyce sposób, którym linia perpendykularna

larna z danego na płaszczyznie punktu podnieſiona, albo też do płaszczyzny z punktu od niey odległego spuſzczona być może. Niech bowiem dany będzie czy to na płaszczyznie punkt A, czyli też nad płaszczyzną punkt H : zawſze można będzie tak poſuwać złamany rektanguł EFBGDA na płaszczyznie X, aż linia AB, to ieſt linia spólney interſekcyi dwu części złamanego rektangułu wpadnie na punkt dany. Co gdy ſię trafi, będzie AB w obu-razach żądaną perpendykularną.

TAB: XI. Fig: 7. Sposób proſty, którym linia perpendykularna podnieſiona z płaſzczyzny, albo też do niey spuſzczona być może.

IX.

Linia będzie perpendykularną do płaſzczyzny, ieśli będzie perpendykularną do dwu linii teyże płaſzczyzny prowadzonych z punktu, na którym ona ſtoi.

Z tąd też idzie, iż linia AB zawſze będzie perdendykularną do płaſzczyzny X, ſkoro będzie perpendykularną do dwu linii AE, AD na tey płaſzczyznie leżących. W tym bowiem razie linia AB może tak być uważana, iako by była linią spólney interſekcyi dwu części złamanego rektangułu, z którychby iedna na AE, druga na AD poſtawiona była. Ta zaś linia spólney interſekcyi nie może nie być perpendykularną do płaſzczyzny X.

X.

X.

Chcąc na linii KL oſadzić iaką płaſzczyznę perpendykularnie do płaſzczyzny X, na którey owa linia ieſt położona, można do tego użyć ieszcze rektangułu GBFEAD. Gdy ſię bowiem na linii KL iedna z części ADGB owego rektangułu poſtawi bokiem AD, płaſzczyzna tey części będzie do płaſzczyzny X perpendykularną.

TAB: XI. Fig: 7. Sposób, którym iedna płaſzczyzna może być na drugiey perpendykularnie poſtawiona.

XI.

To też da się widzieć, iż trzecia płaſzczyzna Y, gdy ſię położy na dwu bokach FB, BG, tegoż rektangułu GBFEAD ſtoiącego na płaſzczyznie X, będzie perpendykularna do linii AB, á tym samym parallela do płaſzczyzny X.

TAB: XI. Fig: 8.

Więc ieśli ze trzech punktów leżących nie w proſtey linii na płaſzczyznie X, podnieſione będą perpendykularnie trzy równe linie EF, AB, DG: płaſzczyzna Y przez trzy wierzchne punkta F, B, G, prowadzona, będzie parallela do płaſzczyzny X.

Prowadzić płaſzczyznę parallelę do inney.

W XII.

XII.

Gdy dwie płaszczyzny nie są do siebie parallele, łacno będzie za pomocą także złamanego rektangułu determinować anguł między niemi zawarty. Co iak się ma wykonać, obaczmy. Naprzód widomo iest, iż gdy iednę ze dwu części ABGD rzeczonego rektangułu położęmy całą swą płaszczyzną na płaszczyznie X: anguł EAD, albo temu równy FBG będzie miarą skłonienia się płaszczyzny EABF do płaszczyzny ABGD, á zatym i do płaszczyzny X. Dopieróż gdy sobie przypomnim i uważym, iż AB iest linia spólney sekcyi tych to płaszczyzn do siebie skłonionych, á zaś AE i AD są perpendykularne do AB, łacno ztąd wniesiemy następuiącą regułę, która tak się wyraża: TAB: XI. Fig: 9.

Zmierzyć anguł, pod którym skłonione są do siebie dwie płaszczyzny.

Chcąc zmierzyć anguł zawarty między dwóma danemi płaszczyznami, które nie są parallele, naypierwiey znaleść potrzeba linią prostą, która iest onych spólną sekcyą; potym z iakiegokolwiek punktu tey linii poprowadzić dwie linie: iednę na iedney, drugą na drugiey

drugiey płaszczyznie, obie zaś do spólney sekcyi perpendykularne; na resztę zmierzyć anguł między temi dwóma perpendykularnemi zawarty: ten bowiem będzie miarą angułu między dwóma danemi płaszczyznami zawartego.

XIII.

TAB: XI. Fig: 9.

Ponieważ widomo iest, iż gdy się płaszczyzna ABFE obraca koło linii AB, linia AE pisząca swym końcem E, łęk cyrkułu ED, znayduie się zawsze na płaszczyznie EAHD perpendykularney do płaszczyzny X; nad to, iż skłonienie się linii AE do teyże płaszczyzny X, nic innego nie iest ieno anguł EAD; więc łacno też iest widzieć, iż skłonienie się iakieykolwiek linii EA do płaszczyzny X, równe iest angułowi EAH zawartemu między tą samą linią AE, i drugą AD przechodzącą przez A i H dwa punkta płaszczyzny X, z których ostatni to iest H tam się znayduie, gdzie pada perpendykuł EH, z iakiegokolwiek punktu E linii AE spuszczony.

Zmierzyć anguł, pod którym linia skłania się do płaszczyzny.

XIV.

TAB: XI. Fig: 9.

Samo przypatrzenie się Figurże, którey użyliśmy w przeszłym Artykule, podaie nam sposób nowy spuszczenia perpendykułu EH do płaszczyzny X z danego nad nią punktu E. Ten sposób tak się ma wykonać:

Drugi sposób spuszczenia linii perpendykularney do płaszczyzny, z danego nad nią punktu.

Położywszy na płaszczyznie X według upodobania linią prostą BAS, z danego punktu E poprowadzić do niey perpendykularną EA; potym z punktu A, z którym się ta perpendykularna spotyka, na płaszczyznie X napisać perpendykularną AD do linii AB; nakoniec z danego punktu E spuścić do linii AD perpendykularną EH; ta będzie perpendykularną do płaszczyzny X.

XV.

Drugi sposób podniesienia linii perpendykularney z danego punktu na płaszczyznie.

Ztąd wynika też drugi sposób podniesienia linii perpendykularney z danego punktu M na płaszczyznie X. Gdy się bowiem z iakiegokolwiek punktu E nad płaszczyzną X obranego, spuści perpendykuł EH do teyże płaszczyzny,

á zaś

á zaś z punktu danego M gdy się poprowadzi MN do HE parallela: ta będzie perpendykularną do płaszczyzny X.

XVI.

TAB: XI. Fig: 10.

Pryzma proste iest to figura pełna, którey dwie bazy parallele na przeciw siebie leżące są dwa równe poligony, inne zaś ściany są rektanguły.

Po parallelopipedzie następuie Pryzma proste, iako ze wszytkich Solidów nayregularnieysze. Iest to Figura pełna ABCDEFGHIKLM, którey dwie bazy parallele na przeciw siebie leżące, są dwa równe poligony tak osadzone, że boki iednego GF, FE, &c zachowuią parallelizm względem boków drugiego BC, CD &c, ściany zaś są to rektanguły ABGH, BGFC, &c.

XVII.

Sposób którym się formuią pryzmata proste.

Wedle dowcipney suppozycyi Geometrów, te figury formuią się tak iako parallelopipeda, przez pomykanie się bazy w górę tym sposobem, że wszytkie oney pozycye, których nabywa, są parallele do pierwszey, anguły zaś A, B, &c znayduią się zawsze na liniach do bazy perpendykularnych.

XVIII.

XVIII.

Ponieważ rozmaite są pryzmata proſte, różność onych wyraża ſię przez nazwiſka wzięte od różnych poligonów, które ſłużą im za bazy. Tak naprzykład pryzma maiące za bazę hexagon, zowie ſię hexagonalne.

XIX.

Do znalezienia powſzechnego ſpoſobu, którymby wſzelakie pryzmata proſte mierzone być mogły, dobrze nam poſłużą dwie naſtępuiące uwagi.

Dwa pryzmata maiące równe bazy zachowuią też samę między sobą relacyą, która zachodzi między onych wyſokościami.

Pierwſza: iż ze dwu pryzmatów proſtych równe bazy maiących to, któreby miało wyſokość większą, byłoby też większe co do pełności albo wielkości solidom właſney, wedle tey relacyi, któraby zachodziła między większą á mnieyſzą wyſokością.

XX.

Dwa pryzmata maiące równą wyſokość,

Druga uwaga ieſt ta: iż dwa pryzmata proſte maiące tęż samę wyſokość, á bazy nie równe, z którychby iedna

kość, zachowuią tęż samę relacyą, która ieſt między onyh bazami.

dna kilka razy zawierała drugą, były by swym bazom proporcyonalne, to ieſt, iedno byłoby tak większe względem drugiego, iako baza względem bazy. O prawdzie tey propozycyi łacno można ſię upewnić, wziąwſzy na uwagę ſposób, którym ſię pryzmata formuią, w Artykule XVII opisany.

TAB: XII. Fig: 10. i 11.

Niech będą dwa pryzmata *abcdefghiklm*, ABCDEFGHIKLM maiące równą wyſokość, á bazy nie równe, z którychby mnieyſza *abcdlm* była naprzykład czwartą częścią większey ABCDLM. Ponieważ te dwa pryzmata uformowały ſię przez swe bazy tak pomykane w górę, że wſzytkie onych pozycye, których nabywały, były zawſze do pierwſzey parallele; Więc każda płaſzczyzna parallela do owey, na której dwie rzeczone bazy oſadzone są, rozcinaiąc dwa pryzmata, za każdą razą tak w iednym iako i w drugim wykroi dwa poligony, z których każdy będzie równy bazie tego pryzma, w którym ieſt wykroiony. To ieſt, sekcya iakiegokolwiek pryzma zawſze będzie we czworo większa za sekcyą

cyą małego. Zatym wielkie pryzma ABCDEFGHIKLM może być tak uważane, iakby się składało z cieńkich warst nakształt listków, we czworo większych za warsty małego pryzma *abcdefghiklm*, á tym samym pełność pierwszego pryzma będzie we czworo większa za pełność drugiego.

XXI.

Z tych dwu uwag nie trudno będzie wnieść następuiącą regułę, która służyć ma do mierzenia wszytkich pryzmatów prostych.

Pryzma proste ma za miarę produkt z bazy multyplikowaney przez wysokość.

Naprzód trzeba znaleść w sążniach, łokciach, i calach kwadratowych &c, wielkość bazy, którą ma pryzma do wymiaru dane: potym liczbę tychże sążni, łokci, i calów kwadratowych znalezionych w bazie multyplikować przez liczbę sążni, łokci, i calów &c zawartych w wysokości tegoż pryzma; produkt wyrazi liczbę sążni, łokci, i calów kubicznych, które się zawieraią w całym pryzma, á zatym będzie iego miarą.

XXII,

XXII.

Przez pryzmata rozumieią się także solida, którym za bazy, nie mniey iako pryzmatom teraz opisanym, służą poligony równe, za boki zaś miasto rektangułów parallelogrammy. Te nowe pryzmata żeby się nazwiskiem różniły od owych, które zowięmy prostemi, nazwane są pryzmata ukośne.

Pryzmata ukośne tym się różnią od pryzmatów prostych, że tym służą za bazy rektanguły, owym parallelogrammy.

XXIII.

Sposób, którym się formuią pryzmata ukośne, wedle supposzycyi Geometrów ieſt ten: baza *abcki* tak się posuwa w górę, że każda z nowych oney pozycyi ieſt parallela do pierwszey, anguły zaś pomykaią się wedle linii *ag*, *bh*, *cd* &c, które będąc między sobą parallele, nie są do bazy perpendykularne.

Sposób, którym się formuią pryzmata ukośne.

TAB. XI. Fig. 13.

XXIV.

Z podobieństwa sposobów w przeszłym, i XVII Artykule opisanych, któremi się ukośne i proste pryzmata for-

X muią,

muią, wynika łacny sposób mierzenia pryzmatów ukośnych. Ieśli bowiem dwa pryzmata maiące tęż samę bazę, ukośne *abcdefghik*, i proſte ABCD EFGHIK, tak poſtawione obok z sobą będą, że ſię zamkną i zmieſzczą między dwóma płaſzczyznami, które- by do siebie parallele były, ukaże ſię na oko, iż wielkość albo pełność tych dwu solidów zgoła taż sama będzie.

TAA: XI. FIG: 12, i 13.

Gdy się bowiem przez iakikolwiek punkt wyſokości naprzykład P, przeprowadzi wſkroś pryzmatów iakakolwiek płaſzczyzna bazom onych parallela, sekcye NOPQR, *nopqr* w obu pryzmatach uczynione, mogą być wzięte za onych bazy ABCKI, *abcki*, tym spoſobem ku NOPQR, *nopqr* pomknięte, którym te dwa pryżmata są uformowane; á tak te dwie sekcye będą dwa równe poligony.

Ieśli zaś wſzytkie sekcye, które w tych dwu pryzmatach rzeczonym spoſobem uczynione być mogą, á być mogą prawie niezliczone, są iedne drugim równe, summy też onych, to ieſt same pryzmata równe być muſzą.

Ta

Ta propozycya tak się pospolicie wyraża: pryzmata ukośne są równe pryzmatom proſtym, dgy onych bazy, i wyſokości są równe. Przez wyſokość zaś rozumie ſię linia perpendykularna spuſzczona z wierzchney bazy do dolney, albo do płaſzczyzny, na którey dolna baza leży.

Pryzmata ukośne są równe pryzmatom proſtym, gdy onych bazy i wyſokości ſą równe.

XXV.

Ponieważ parallelopipeda należą do liczby pryzmatów, więc to, cośmy dopiero mówili o pryzmatach, ma się stosować do parallelopipedów ukośnych. Są to figury *abcdefgh*, które ſię formuią przez kwadrat, rektanguł, albo też parallelogram, tak pomykane w górę, że cztéry onych anguły trzymaią ſię linii, które do siebie parallele, á do bazy ukośnie ſtoią. A tak parallelopiped ukośny *abcdefgh* będzie równy proſtemu ABCDEFGH, ieśli bazy *abgh*, ABGH, i perpendykularne spuſzczone z płaſzczyzn wierzchnych *dcfe*, DCFE, na płaſzczyzny dolne *abgh*, ABGH, będą równe.

Toż mówić o równości parallelopipedów ukośnych z proſtemi.

TAB: XII. FIG: 1, i 2.

 XXVI.

XXVI.

Przypatrzywszy się parallelopipedom i pryzmatom, obróćmy oczy na piramidy, to iest na solida takie, iakie iest ABCDEFG, zewsząd określone pewną liczbą tryangułów, które maiąc spólny wierzchołek A, osadzone są na bokach iakiegokolwiek poligonu BCD EFG za bazę figurze pełney służącego. Godne są uwagi te solida nie tylko dla tego, że się zdarzaią w budowaniu, i daią się widzieć w starożytnych dziełach, iako to w zwycięskich i innych pamiętnych znakach, ale też dla tego nawet, że wszytkie inne solida płasko-ścienne składaią się z piramid, tak iako płaszczyzny prosto-ścienne z tryangułów. W czym żebyśmy się upewnili, dosyć będzie z iakiegokolwiek punktu obranego wewnątrz iedney z brył płasko-ściennych, naprzykład kubusa, albo parallelopipedu, poprowadzić linie proste do angułów tey bryły. TAB: XII. FIG: 3.

XXVII.

XXVII.

Wielorakość albo różność piramid, tak iako pryzmatów wyraża się przez nazwiska tych figur, które służą im za bazy.

XXVIII.

Gdy piramida ma za bazę figurę regularną, á z wierzchołka oney spuszczony do śrzodka perpendykuł trafia w bazy centrum H, tak iako w figurze 3: piramida w ten czas nazywa się prostą; przeciwnie zowie się ukośną, gdy perpendykuł z wierzchołka oney spuszczony chybia centrum bazy, iako to widzieć można w figurze 5. TAB: XII. FIG: 3, i 5.

XXIX.

Żebyśmy znaleźli sposób mierzenia wszelkich piramid, tak prostych iako też ukośnych, uczyńmy niektóre powszechne względem tych figur uwagi, do których są nam powodem wiadome iuż własności pryzmatów.

Gdy się

Gdy się uważa równość pryzmatów maiących też samę bazę i wysokość, naturalnie każdemu to na myśl przychodzi, że parallelogrammy są takoż równe, gdy maią kondycye dopiero wyrażone; co się też iści o tryangułach. Te trzy prawdy tak razem w oczy wpadaiące, oraz podobieństwo nieiakie parallelogrammów do pryzmatów, á tryangułów do piramid, pociągaią nas do mniemania, że własności, które są spólne parallelogrammom i tryangułom, mogą też być spólne pryzmatom i piramidom. Zatym domyślać się iuż musiemy, że piramidy maiące też samę bazę i wysokość, maią też samę wielkość.

XXX.

Uwagi następuiące utwierdzą to mniemanie.

TAB: XII. FIG: 4, i 5. Niech będą dwie piramidy ABCDE, *abcde*, maiące też samę wysokość AH, *ah*, á za bazy dwie równe figury, naprzykład dwa równe kwadraty BCDE, *bcde*. Ieśli potniemy te dwie piramidy przez niezliczone płaszczyzny bazom

bazom onych parallele: widomo iest, iż ze wszytkich sekcyi wynikną równe kwadraty IKLM, *iklm*; zatym te dwie piramidy tak uważane być mogą, iakby się składały z równey liczby warst nieskończenie cienkich, z którychby każda w piramidzie iedney była równa korresponduiącey w piramidzie drugiey. Więc w iedney i w drugiey taż sama będzie summa rzeczonych warst, to iest dwie piramidy będą miały też samę wielkość.

Ieśliby dwie piramidy miały za bazy inne poligony regularne, albo też nie regularne BCDEF, *bcdef* sobie równe, każdy widzieć może, iż wszytkie sekcye albo warsty bazom parallele IKLMN, *iklmn* iedney i drugiey piramidy, byłyby sobie równe, á zatym obie miałyby też samę wielkość, skoroby miały też samę wysokość, i bazę. TAB: XII. FIG: 6, i 7.

XXXI.

Lubo wszytko to łatwo iest do poięcia, i dosyć ma światła z owey demonstracyi, w którey dowiedliśmy równości pry-

ści pryzmatów maiących też samę wysokość i bazę: iednakże co się tycze podobieństwa, które iest między bazą BCDEF i warstą oney parallelą IKLMN w iakieykolwiek piramidzie, oraz równości warst korrespondujących IKLMN, *iklmn* we dwu piramidach też samę wysokość i bazę maiących, to zda się wyciągać szczegulney demonstracyi; którą żebyśmy znaleźli, musiemy wniść w niektóre uwagi względem podobieństwa figur pełnych.

TAB: XII. Fig: 6, i 7.

XXXII.

TAB: XII. Fig: 6.

Wróćmy się więc do piramidy ABCDEF. Ta niech będzie rozcięta przez płaszczyznę IKLMN parallelę do bazy. My dowieść mamy, że sekcya albo warsta uformowana w piramidzie przez tę płaszczyznę iest poligonem zgoła podobnym do poligonu BCDEF, ba sama nawet piramida mnieysza HIKLMN zupełnie podobna do piramidy większey ABCDEF, to iest anguły uformowane przez iakiekolwiek linie w piramidzie iedney będą równe korrespondu-

Na czym zależy podobieństwo dwu piramid.

spondującym angułom w piramidzie drugiey, wszytkie zaś boki piramidy mnieyszey będą proporcyonalne bokom piramidy większey.

XXXIII.

TAB: XII. Fig: 8.

Naypierwey uważmy, iż ieśli dwie płaszczyzny X, i Y, są parallele, á dwie iakiekolwiek linie ALD, AME, prowadzone z iednego punktu A, przechodzą wskróś przez te dwie płaszczyzny: linie proste LM, DE, które łączą punkta L, M, D, E, są parallele. Gdyby bowiem te dwie linie nie były parallele, tedy podłużone zeszłyby się z sobą gdziekolwiek; lecz ieśliby się te dwie linie zeszły z sobą, płaszczyzny, na których one leżą, i których opuścić nie mogą, podłużone także, gdziekolwiek zeyśćby się z sobą musiały; więc nie byłyby parallele, co iest przeciwko założoney suppozycyi.

XXXIV.

TAB: XII. Fig: 6.

Tym samym tedy, że płaszczyzna IKLMN iest parallela do płaszczyzny

BCDEF, wszytkie linie ML, LK, KI, IN, NM, będą parallele do linii ED, DC, CB, BF, FE; á co ztąd idzie, tryanguły ALM, AKL, AIK &c, będą podobne tryangułom ADE, ACD, ABC &c, tak dalece, że ieśli się weźmie w tych tryangułach ieden z boków naprzykład AM, za spólną miarę albo za ſkalę wſzytkich boków małey piramidy, á bok AE wziętemu korreſponduiący za ſkalę boków wielkiey piramidy, łacno będzie widzieć, że boki ML, LK, KI, &c poligonu IKLMN będą proporcyonalne bokom ED, DC, CB, &c poligonu BCDEFG.

Łacno także da się widzieć, że wſzytkie anguły IKL, KLM &c będą równe korreſponduiącym angułom BCD, CDE, &c ponieważ pierwſze będą uformowane przez linie parallele bokom drugich. Zatym dwa poligony IKLMN, BCDEF będą sobie podobne.

XXXV.

Ponieważ tedy boki AM, AL, AK &c, są proporcyonalne bokom AE, AD, AC &c, anguły zaś ALM, ALK &c, są równe angułom korreſponduiącym ADE, ADC &c dla podobieńſtwa tryangułów ALM, ADE, ALK, ADC &c: więc dwie piramidy AIKLMN, ABCDEF będą zgoła sobie podobne.

XXXVI.

Na reſztę ieśli się z punktu A, poprowadzi linia AH perpendykularna do płaſzczyzny, na którey oſadzony ieſt poligon BCDEF, á na punkcie Q spotka się ta perpendykularna z inną płaſzczyzną, na którey leży poligon IKLMN: widomo ieſt, że linie AQ, AH, albo wyſokości dwu piramid AIKLMN, ABCDEF, będą miały też samę do siebie relacyą, którą maią korreſponduiące onych boki AM, AE, AL, AD &c: albo co na toż samo wychodzi, iż ieśli wyſokości AQ, AH, wzięte będą za ſkale dwu piramid, liczba części ze ſkali AQ zawartych w AM, i w AL, będzie równa liczbie części ze ſkali AH, zawartych w AE, i w AD.

XXXVII.

TAB: XII. Fig: 6, i 7.

Wróćmyż się dopiero do dwu owych piramid ABCDEF, *abcdef*. Te gdy obie razem weźmiemy na uwagę, łacno postrzeżemy, że dwie sekcye albo warsty IKLMN, *iklmn*, są podobne sobie tym samym, że są podobne swym bazom BCDEF, *bcdef*, które się zgoła między sobą nie różnią. Nad to rzeczone dwie warsty są równe sobie, ponieważ maią za skale dwie linie równe AQ, *aq*, to iest wysokości piramid AIKLMN, *aiklmn*.

Piramidy maiące też samę wysokość i bazę są równe.

Więc niewiedząc nawet iaka iest wielkość albo pełność piramid, iuż wiemy pewnie, że piramidy maiące też samę wysokość i bazę, są równe, tak iakośmy się w przód domyślali. (Artyk: XXIX.)

XXXVIII.

Dwie piramidy są także równe, gdy maią też samę wysokość, a bazy co do figury różne, i zgoła sobie nie podobne, ale co do rozciągłości równe.

Gdyby bazy dwu piramid równie wysokich nie były też same, ale tylko co do rozciągłości równe, piramidy w tym nawet razie byłyby równie wielkie. Niech bowiem będą dwie piramidy *abcdef*, [*] *arst* maiące też samę wysokość *ah*: ieśli się one rozetną przez iakąkolwiek płaszczyznę parallelę do bazy, iawno iest, iż area *iklmn* tak się będzie miała do arei *bcdef*, iako area *uxy* do arei *rst*: ponieważ *iklmn*, *bcedf* będąc (Artyk: XXXIV) figurami podobnemi, nie różnią się od siebie iak tylko przez swe skale *aq*, *ah*, &c, te zaś figurom *uxy*, *rst*, także podobnym służą też za różnicę. (I. Części Artyk: XLVIII.)

[*] TA: XII. Fig: 7, i 9.

Lecz ieśli bazy *rst*, *bcdef*, co do rozciągłości są równe, proporcyonalne onych części *uxy*, *iklmn*, równe też być muszą. Więc wszytkie sekcye albo warsty dwu piramid *arst*, *abcdef*, będą miały też samę rozciągłość. Zatym onych summy, to iest same piramidy będą równie wielkie.

XXXIX.

Piramidy maiące też samę wysokość, zachowuią też samę do siebie relacyą, która zachodzi między onych bazami.

Gdyby baza *bcdef* była wielokrotna względem bazy *rst*, wielkość też albo pełność piramidy *abcdef* byłaby tylokrotna względem pełności piramidy *arst*, to iest tyle razy zawierałaby iedna drugą, ile razy baza bazę.

Na

Na ów czas bowiem podzieliwszy bazę *bcdef* na wiele części, z którychby każda była równa bazie *rst*, możnaby tak uważać piramidę *abcdef*, iakoby złożona była z wielu innych piramid maiących za bazy części owe, na które podzielona iest *bcdef*. Lecz każda z tych nowych piramid równałaby się piramidzie *arst*, iako się dowiodło w Artykule przeszłym. Więc &c.

Ieśliby zaś baza *bcdef* nie była doskonale wielokrotna względem bazy *rst*, to iest, ieśliby ią zawierała kilka razy, i nadto iakąkolwiek oney część, tak iednak żeby obie te bazy miały spólną sobie miarę X: w tym razie podzieliwszy tak *bcdef*, iako też *rst*, na części równe owey spolney mierze, widzielibyśmy że dwie piramidy *abcdef*, *arst*, składałyby się z tylu piramid sobie równych, ile we dwu bazach zawierałoby się części X. Więc piramida *abcdef* takby się miała do piramidy *arst*, iako baza pierwszey do bazy drugiey.

Nawet chociażby bazy nie mogły mieć spólney miary, zawsze iednak byłaby piramida do piramidy, iako baza do bazy; á to iest, co się wywieść mogło sposobem owym, któregośmy użyli w Artykule XXVIII wtórey Części, gdzie się czyniła komparacya figur płaskich maiących takie boki, które spolney miary mieć nie mogą. Miara bowiem X, gdy się przez dywizyą kilkakrotną zmnieyszy, á do małości prawie nieskończoney przyprowadzi, może być wzięta za miarę spólną tak bazie *rst*, iako też bazie *bcdef*.

XL.

Doszedłszy tego, że piramidy maiące też samę wysokość są w proporcyi z bazami, to iest, że iedna ma się do drugiey iako baza do bazy: iuż widzieć należy, że wymiar onych mało co zawiera trudności.

Do tego bowiem, żebyśmy wszytkie piramidy mierzyć umieli, nie potrzeba więcey iak wiedzieć sposób mierzenia iedney. Daymy naprzykład, że umięmy mierzyć piramidę ABCDE, á zdarza się nam do wymiaru piramida ASTUXY, która ma bazę i wysokość zgo- TAB: XII. FIG: 10, i 11.

zgoła od pierwſzey różną: naprzód tedy poſtawięmy piramidę podobną piramidzie ABCDE, á maiącą wyſokość piramidy ASTUXY: co się łacno da wykonać przez samo tylko podłużenie boków AB, AC, AD, AE, (Artyk: XXXV) i onych ucięcie przez płaſzczyznę LMNO, któreyby odległość AG, od wierzchołka A, była równa wyſokości AQ.

Dopieroż ponieważ wedle suppozycyi umięmy mierzyć piramidę ABCDE, widomo ieſt, że trafięmy też mierzyć piramidę ALMNO, pierwſzey podobną. Iakiekolwiek bowiem są operacye, które wchodzą do piramidy ABCDE, wſzytkich tych zgoła użyć możęmy do wymiaru podobney piramidy ALMNO, to tylko wyiąwſzy, że taż sama skala, która ſłuży pierwſzey, nie może być użyta do drugiey.

Daymy więc, że piramida ALMNO iuż ieſt wymierzona: wymiar ten przyprowadzi nas do wymiaru piramidy ASTUXY, ponieważ według Artykułu przeſzłego tak się ma piramida ALMNO do piramidy ASTUXY, iako

ko

ko baza LMNO do bazy STVXY, á w Części drugiey ieſt sposób determinowania tey relacyi, którą ma baza do bazy.

XLI.

Ponieważ tedy do wymiaru wſzytkich zgoła piramid, które tylko być mogą, nie potrzeba wiecey iak wiedzieć sposób mierzenia iedney, obierzmyż z nich bardzo proſtą, i do wymiaru łacną, naprzykład tę, którą formować można, TAB: XII. prowadząc ze czterech angułów A, B, FIG: 12. C, H, iedney ściany kubusa ABCDEFGH, cztery linie do centrum O, to ieſt do punktu równie od A, B, C, H, D, E, F, G, odległego.

Piramida tak uformowana widomie ieſt szóſtą częścią kubusa, ponieważ rozebrać go można na sześć takich piramid, biorąc każdą z sześciu ścian za bazę. Lecz walorem, albo pełnością kubusa ieſt produkt z wyſokości AF, multyplikowaney przez bazę ABCH; Więc chcąc mieć walor, albo pełność piramidy, trzeba podzielić rzeczony

Z pro-

produkt z AF, i ABCH, na sześć części równych, albo co na toż samo wychodzi, trzeba multyplikować szóstą część wysokości AF przez bazę ABCH. Aże szósta część wysokości AF iest trzecią częścią wysokości OL piramidy OABCH, ponieważ wysokość OL iest połową boku Kubusa: idzie zatym, iż miarą piramidy OABCH iest produkt z trzeciey części wysokości multyplikowaney przez bazę.

XLII.

TAB: XII. Fig: 13. Niech dopiero dana będzie do wymiaru iakakolwiek piramida OKMNSTV, postąpiemy z nią w ten sposób: postawiwszy sobie na myśli taki kubus, Fig: 12. któregoby ściana AB, albo AF, była we dwoie większa za wysokość OL daney piramidy, imaginować w nim będziemy piramidę OABCH, którąby miała centrum kubusa za wierzchołek, á iednę z sześciu ścian naprzykład ABCH za bazę. Tey nowey piramidy taż sama będzie wysokość co i pierwszey; zatym (Artyk: XXXIX.) Pelność

ność OABCH będzie do pełności OKMNSTV, iako baza ABCH do bazy KMNSTV. Aże według Artykułu przeszłego, produkt z trzeciey części wysokości spolney OL multyplikowaney przez bazę ABCH, iest walorem piramidy OABCH; Więc produkt z trzeciey części teyże wysokości spolney OL, multyplikowaney przez bazę KMNSTV, będzie walorem piramidy OKMNSTV do wymiaru daney.

Wielkość albo pełność każdey piramidy, iest to produkt z bazy multyplikowaney przez trzecią część wysokości.

A ztąd wynika to powszechne Theorema: że każda piramida ma za miarę produkt z bazy multyplikowaney przez trzecią część wysokości.

XLIII.

Każda piramida iest trzecią częścią takiego pryzma, które ma też samę bazę i wysokość co piramida.

Ponieważ według Artykułu XXI, pełność iakiegokolwiek pryzma, iest to produkt z bazy multyplikowaney przez wysokość, rzecz iest iasna z Artykułu przeszłego, że piramidy będą zawsze trzecią częścią pryzmatów maiących też samę bazę i wysokość.

XLIV.

Po wymierze solidów płaskiemi ścianami określonych, przedsiębierzemy szukać drogi, którąbyśmy przyiść mogli do wymiaru tych, których zwierzchne rozciągłości są krzywe, czyli raczey okrągło wypukłe. Aże w trzeciey Części nie traktowaliśmy o żadnych innych figurach prócz owych, których obręby składaią się z łęków cyrkułu, więc i tu weźmiemy na uwagę te tylko solida, których krzywości czyli wypukłości są cyrkularne.

W uważaniu zaś takowych solidów, zakładamy sobie te dwie rzeczy: wymiar zwierzchnych rozciągłości, i walor pełności. Ponieważ bowiem te zwierzchne rozciągłości albo zgoła wypukłe, albo po części wypukłe, á po części płaskie są: wymiar onych nie może być odesłany do pierwszey Części, tak iako był odesłany wymiar płaszczyzn za ściany solidom służących.

XLV.

Ze wszytkich solidów okrągło-wypukłych nayprostszy i nayłacnieyszy iest Cylinder albo wał okrągły. Iest to bryła ABCDEF, którey dwie bazy ABC, DEF są dwa równe cyrkuły leżące do siebie parallele, á złączone przez płaszczyznę koło periferyi onych obwiedzioną.

TAB: XIII. FIG: 1, i 2. Cylinder iest to bryła maiąca za dwie bazy dwa równe cyrkuły leżące do siebie parallele, á złączone przez płaszczyznę koło peryferyi onych obwiedzioną.

Gdy te dwa cyrkuły taką maią pozycyą, że linia podniesiona perpendykularnie z centrum H, przechodzi przez centrum G, cylinder zowie się prostym.

FIG: 1. Różnica Cylindrów prostych i ukośnych.

Przeciwnie Cylinder zowie się ukośnym, gdy linia przez dwa centra G, i H, prowadzona, nie iest do cyrkułów ABC, DEF perpendykularna.

FIG: 2.

LXVI.

Sposób Geometryczny, którym się formuią te solida, podobny iest owemu, któryśmy opisali w Artykule XVII mówiąc o pryzmatach i parallelopipedach. Podobnie bowiem imaginować można,

Sposób, którym się formuią Cylindry.

że ſię cylinder formuie, gdy iakikolwiek cyrkuł tak ſię w górę pomyka, że każda z nowych pozycyi, których on nabywa, ieſt do pierwſzey parallela, á wſzytkie punkta cyrkułu razem z nim pomykane piſzą linie parallele, które się nad płaſzczyzną cyrkułu podnoſzą.

XLVII.

Do wymiaru zwierzchney rozciągłości cylindra proſtego przyiść można
TAB: XIII. ſpoſobem naſtępuiącym. Podzieliwſzy
FIG: 1. obie periferye ABC, DEF cyrkułów za bazy ſłużących, na tęż samę liczbę równych części, z punktów dywizyi korreſponduiących w iedney i drugiey periferyi poprowadźmy linie, któreby związały korreſponduiące także anguły dwu poligonów regularnych z tey samey operacyi wynikaiących. Widomo ieſt, że się uformuie pryzma, którego zwierzchna rozciągłość ſkładać ſię będzie z tylu rektangułów na cylindrze napiſanych, ile będzie boków zawartych w każdey ze dwu periferyi ABC, DEF. Aże każdy z tych rektangułów będzie miał

miał wyſokość równą linii AD: więc miarą wſzytkich razem wziętych, będzie produkt z wyſokości AD multyplikowaney przez summę wſzytkich baz, to ieſt przez obręb poligonu zawartego w cyrkule DEF, albo ABC.

Ponieważ zaś obręb tego poligonu tym bardziey zbliżać się będzie do równości z periferyą cyrkułu, á zwierzchna rozciągłość rzeczonego pryzma z rozciągłością zwierzchną cylindra, im bardziey liczba boków poligonu powiękſzać ſię będzie przez podział: idzie zatym, iż gdy liczba boków uroście w nieſkończoną, pryzma różnić ſię nie będzie od cylindra. Zatym zwierzchna rozciągłość proſtego cylindra równa ieſt rektangułowi maiącemu AD za wyſokość, á linią proſtą równą periferyi DEF za bazę.

Zwierzchna rozciągłość cylindra równa ieſt rektangułowi maiącemu spólną z cylindrem wyſokość, á za bazę linią proſtą równą periferyi iednego ze dwu cyrkułów za bazy temuż cylindrowi ſłużących.

Ta propozycya zgodzić się może do wyrachowania, wieleby naprzykład potrzeba było materyi na obicie iakiey kolumny maiącey kształt cylindra, albo na wybicie wewnątrz iakiey wieży okrągłey.

XLVIII.

XLVIII.

Co się tycze zwierzchney rozciągłości ukośnego cylindra, tey wymierzyć nie można podanym dopiero sposobem, ponieważ zamiast rektangułów, które z przeszłey operacyi wyniknęły, mielibyśmy parallelogrammy różnych wysokości. Geometrowie używszy sposobów bardzo trudnych i zawikłanych, ledwo do tego przyszli, że wyrachować mogą walor tey zwierzchney rozciągłości od prawdziwego nie daleki. To i podobne temu Problemata wyszły z granic początków Geometrycznych.

XLIX.

Względem pełności Cylindra tak prostego, iako też ukośnego, nic niemasz łacnieyszego, iak onę determinować. Widomo bowiem iest, iż wszytko to, co się mówiło o pryzmatach, stosować można do cylindrów, maiąc każdy cylinder za ostatnie pryzma ze wszytkich owych, które się weń w mieścić, albo, iak mówią Geometrowie, wpisać mogą.

Cylindry maiące też samę wysokość i bazę, są równe sobie co do pełności.

A tak Cylindry maiące też samę wysokość, i bazę, będą sobie równe co do pełności.

L.

L.

Miarą więc każdego cylindra iest produkt z bazy multyplikowaney przez onego wysokość.

Miarą cylindra iest produkt z bazy multyplikowaney przez wysokość.

LI.

TAB: XIII. FIG: 3. i 4.

Konus między solidami po cylindrze naypростszy, iest to figura pełna ABCDE, którey bazą iest cyrkuł, á zwierzchną rozciągłością zbiór niezliczonych linii prostych, które poczynaiąc się u wierzchołka A, kończą się u periferyi BCDE cyrkułu za bazę służącego. Konus może być wzięty za piramidę maiącą cyrkuł za bazę.

Konus iest to piramida maiąca za bazę cyrkuł.

LII.

TAB: XIII. FIG: 3. i 4.

Iеśli linia podniesiona perpendykularnie z centrum bazy O, przechodzi przez konusa wierzchołek A, tak, iako w figurze 3, konus zowie się prostym; przeciwnie zowie się ukośnym, ieśli perpendykularna podniesiona z centrum wymija wierzchołek konusa, tak iako w figurze 4.

Różnica konusów prostych i ukośnych.

LIII.

Wymiar zwierzchney rozciągłości konusa proſtego ułacnia się przez owę uwagę, którąśmy wyżey namienili, że konus może być wzięty za piramidę. Gdy się bowiem konus proſty ABCDE weźmie za oſtatnią ze wſzytkich owych piramid, które weń wpisane być mogą, to ieſt gdy ſię periferya bazy BCDE rozdzieli tak, iako rozdzielona była periferya cylindra, na nieſkończoną liczbę małych boków; dopieroż gdy się poprowadzą linie ze wſzytkich angułów poligonu tym ſpoſobem uformowanego do wierzchołka A, pokaże się iawnie, że zwierzchna rozciągłość konusa ABCDE ſkłada ſię z nieſkończoney liczby małych tryangułów izosceLów, których wyſokość równa ſię konusa bokowi AB, á wſzytkie bazy w iednę summę zebrane równe są periferyi BCDE. Zkąd łacno wnieść można, że miarą tey zwierzchney rozciągłości ieſt produkt z połowy boku AB multyplikowaney przez periferyą BCDE.

TAB: XIII. Fig: 3.

Miarą zwierzchney rozciągłości konusa proſtego ieſt produkt z połowy boku multyplikowaney przez peryferyą bazy.

LIV.

Ieśli dopiero przywiedziemy sobie na pamięć, że rozciągłość sektora cyrkułu ieſt równa (III. Części Artyk: X) produktowi z łęku tegoż sektora multyplikowanego przez połowę promienia, łacno poſtrzeżem, że chcąc powlec konus proſty ABCDE iaką materyą, naprzykład Adamaſzkiem, Aksamitem &c, trzebaby uformować z teyże materyi sektora, któregoby promień równał ſię bokowi AB, á łęk periferyi BCDE.

TAB: XIII. Fig: 3.

Zwierzchna rozciągłość konusa proſtego ieſt to sektor cyrkułu.

LV.

Gdy konus ieſt ukośny, zwierzchna onego rozciągłość nie mniey trudna ieſt do wymiaru, iako zwierzchna rozciągłość cylindra ukośnego, nawet gdyby szło o walor oney, któryby nie był daleki od prawdziwego. To Problema ieſt także nad początki Geometryczne.

LVI.

Względem pełności konusów tak proſtych iako też ukośnych: wziąwſzy

one za piramidy oſtatnie ze wſzytkich owych, któreby ſię w nie wmieścić albo raczey wpisać dały, można będzie wſzytko to do nich ſtosować, co się ogulnie mówiło o piramidach.

Konusy maiące też same bazy i wysokości, są równe.

Zatym konusy maiące też same bazy i wysokości, będą sobie równe.

LVII.

Pełnością konusa ieſt produkt z bazy multyplikowaney przez trzecią część wysokości.

Pełnością zaś każdego konusa będzie produkt z bazy multyplikowaney przez trzecią Część wyſokości.

LVIII.

TAB: XIII. Fig: 5, i 6.

Zdarza się czasem potrzeba wymierzania takiey bryły, iaka ieſt BCDEFGH, konusem uciętym nazwana. Ieſt to pozoſtała część konusa AFGH, po odcięciu mnieyſzego konusa ABCDE, przez sekcyą uczynioną paralele do bazy FGH. Widomo zaś ieſt, że miarą tego ucinka będzie różnica między pełnościami dwu konusów ABCDE, AFGH.

LIX.

LIX.

Gdy konus ucięty ieſt częścią konusa proſtego, zwierzchna onego rozciągłość może być determinowana nie tylko przez wymiar osobny zwierzchnych rozciągłości dwu konusów, i subtrakcyą ieduey od drugiey, ale też prościey ieſzcze i naturalniey spoſobem naſtępuiącym, któremu wiele dodaie światła Artyk: LIV.

Daymy że ALR ieſt ów sektor, który trzebaby uformować, gdyby konus AFGH, miał być iaką materyą powleczony. Gdy w tym sektorze z centrum A, promieniem AM równym bokowi mnieyſzego konusa AB, napisany będzie łęk MP, rozciągłość MPRL widomie będzie częścią pierścienia ſłużącą za powłokę konuſowi uciętemu, o którego zwierzchną rozciągłość tu idzie. Dopieroż gdyby dwie periferye, których MP, i LR, są podobne łęki, zupełnie dokończone były, mielibyśmy cały pierścień, którego miarą (III. Części Artyk: VIII.) byłby produkt z ML, albo z BF, to ieſt z różnicy promieni

TAB: XIII. Fig: 6, i 7.

AL,

AL, AM, albo boków AF, AB, multyplikowaney przez periferyą napisaną promieniem AN, którego koniec N przypada na śrzodek linii ML; więc część pierścienia MPRL, to ieſt powłoka, czyli zwierzchna rozciągłość konusa uciętego BCDEFGH będzie miała za miarę produkt z linii ML multyplikowaney przez łęk NQ, albo, co na toż samo wychodzi, produkt, który wyniknie, gdy bok ucięty konusa BF będzie multyplikowany przez periferyą IKL, która ſię uformuie za rozcięciem tegoż konusa przez płaſzczyznę parallelę do bazy, á przechodzącą przez I śrzedni punkt boku BF.

Sposób, którym się wymierza zwierzchna rozciągłość konuſa uciętego, gdy konus ieſt proſty.

LX.

Oſtatnia z wielkości trzy dymensye maiących, o którey mówić nam zoſtaie, zowie ſię Sferą, albo Kulą. Ieſt to figura pełna, którey zwierzchna rozciągłość ma wſzytkie swe punkta równie odległe od owego, który iey ſłuży za centrum. Zdarza się częſtokroć potrzeba tey zwierzchney rozciągłości, naprzy-

Co to ieſt Sfera albo Kula?

naprzykład do determinowania wieleby wyniść mogło pozłoty na iaką gałkę: blach miedzianych, lub ołowianych, na pokrycie iakiey kopuły &c.

LXI.

Niech będzie do wymiaru dana zwierzchna rozciągłość sfery X: widomo ieſt, iż onę tak imaginować można, iakoby uſormowana była przez obrót pół cyrkułu AMB koło dyametru swego AB. My zamiaſt pół-cyrkułu weźmimy poligon regularny maiący nieſkończoną, albo przynamniey bardzo wielką liczbę boków małych, á założmy sobie wymierzyć rozciągłość Z, to ieſt ieden tylko z pasów, które uformuie poligon, gdy tak iako pierwey cyrkuł, koło dyametru swego obracany będzie. Wymiar tego pasa pokaże nam i ułacni drogę do wymiaru zwierzchney rozciągłości sfery, tak, iako wymiar figur proſto-ściennych był przewodnictwem do wymiaru cyrkułu.

TAB. XIII. Fig. 8.

TAB. XIII. Fig. 9.

LXII.

LXII.

TAB: XIII. FIG: 9. Uważmy tedy figurę tego pasa, albo tey zwierzchney rozciągłości, którą formuie ieden z boków M*m* poligonu w cyrkuł wpiſanego, i z nim razem obracanego koło dyametru AB. Widomo ieſt, iż ten bok M*m* piſze swym obrótem zwierzchną rozciągłość konusa TAB: XIV. FIG: 1. uciętego V. Gdy się bowiem M*m* tak podłuży, że ſię na punkcie T spotka z dyametrem AB także podłużonym, linia TM*m* koło tegoż dyametru iako koło osi obracana razem z pół- cyrkułem AMB, oczewiście napiſze konus proſty, którego wierzchołkiem będzie T, á bazą cyrkuł napisany punktem *m*, tak dalece, że zwierzchna rozciągłość V, przez obrót boku M*m* uformowana, będzie pasem tegoż konusa zawartym między płaſzczyznami cyrkułów, które napiſały punkta M, *m*, w koło obracane. Lecz według Artykułu LIX, zwierzchna rozciągłość V, równa ieſt rektangułowi maiącemu za wyſokość bok M*m*, á za bazę linią równą periferyi KLO napisaney punktem K, który ieſt śrzodkiem

kiem boku M*m*; więc zwierzchna rozciągłość uformowana przez obrót poligonu równa ieſt summie wſzytkich takich rektangułów, których tyle będzie, ile ieſt w połowie poligonu boków M*m*.

Aże wſzytkie poligonu boki, albo tych rektangułów wyſokości M*m* przez suppozycyą są równe: więc możnaby wziąć całą zwierzchną rozciągłość, o którą tu idzie, za ieden rektanguł maiący wyſokość M*m*, á bazę równą summie wſzytkich takich periferyi, iaka ieſt KLO, to ieſt napiſanych punktem śrzednim każdego boku.

Lecz małość wyſokości M*m*, á zbytnia wielkość bazy, wynikaiące z wielkiey liczby boków, którą wedle założoney suppozycyi ma poligon w półcyrkule AMB, zatrudniaią albo raczey zgoła niepodobną czynią tego rektangułu konſtrukcyą.

Zebyśmy się tedy wywikłali z tey trudności, rzecz ieſt naturalna pomyślić o zamianie wſzytkich tych małych rektangułów na inne, któreby maiąc iednę spólną wyſokość, znacznie iednak od pierwſzey M*m* większą, miały tym

samym bazy nie równie od pierwfzych mnieyfze. Tak bowiem wfzytkie małe bazy w iednę summę zebrane uczyniłyby iednę długość, nie tak iak pierwey względem wyfokości niezmiernie wielką.

LXIII.

Obaczmyż ieśli się nam uda ta zamiana. Zebyśmy zaś ułacnili to Problema, połóżmy: że nafze rektanguły za-
TAB: XIV. miaft linii proftych równych periferyom
FIG: 1, 12. KLO maią za bazy promienie KI, któremi te periferye są napisane. Wszytko to, co się tym rektangułom nadarzyć i fłużyć może, łacno będzie ftosować do owych, które nam są potrzebne.

Cała tedy rzecz ieft na tym, żebyśmy znaleźli taki rektanguł, któryby miał za miarę produkt z linii M*m* multyplikowaney przez KI, á za wyfokość iakąkolwiek linią od M*m* nie równie większą, któraby w każdey pozycyi tegoż boku M*m* zawfze była tey samey wielkości. Weźmimy naprzykład linią CK, to ieft perpendykuł poligonu, którego M*m* ieft bokiem. Ten bowiem perpen-

perpendykuł, do którego kolwiek boku należeć będzie, nieodmiennie tę samę zachowa wielkość. Mamy tedy szukać linii proftey, któraby multyplikowana przez CK, dała produkt równy produktowi wynikaiącemu z multyplikacyi promienia KI przez M*m*; to ieft (II. Części Artyk: VII.) mamy znaleść czwartą proporcyonalną trzem liniom danym CK, KI, M*m*. Aże wiadomo ieft, że przez konftrukcyą tryangułów podobnych znayduią się w figurach linie proporcyonalne, trzeba zatym uformować podobne sobie tryanguły, którychby korrefponduiącemi bokami były trzy linie dane, razem z czwartą, którey szukamy. To się zaś wykona, kiedy fię spuści MR perpendykularna do *mp*. W ten czas bowiem tryanguły MR*m*, KIC będą podobne, maiąc anguły R, I, profte, á zaś *m*MR, IKC równe, przeto, że pierwfzy z nich wzięty z angułem M*m*R, drugi zaś z angułem MKI równym angułowi M*m*R, czynią anguł profty.

Z tąd iuż łacno wnieść można, że tak się ma CK do KI, iako M*m* do MR;

 to

to ieſt, że MR ieſt czwartą proporcyonalną, którey szukamy; albo, co na toż samo wychodzi, że rektangul z CK, i MR, albo Pp, równy ieſt rektangułowi z Mm, i KI.

Ieśli zaś nowa trudność ztąd wynika, że rektangul ów, o którego zamianę idzie, nie ieſt produktem z Mm, i KI, ale raczey z Mm, i periferyi, którey KI ieſt promieniem: dość będzie przypomnieć sobie, że periferye są w proporcyi promieni. A to ieſt, co czyni, że równość zachodząca między dwóma rektangułami, iednym z Mm, i KI, á drugim z Pp, i CK, ciągnie za sobą koniecznie równość dwu także rektangułów, iednego z Mm, i periferyi KI, drugiego zaś z Pp, i periferyi CK. Łacno bowiem widzieć można, iż gdy dwa rektanguły są równe, będą też równe w ten czas nawet, gdy ſię bazy onych proporcyonalnie powiękſzą, á wyſokości nienaruſzone zoſtaną.

LXIV.

Gdy tedy rzecz ieſt iasna ze dwu przeſzłych Artykułów, że wſzytkie zwierzchne rozciągłości konusa uciętego, iaka ieſt naprzykład V, równe są rektangułom maiącym za spólną wysokość linią równą periferyi napisaney promieniem CK, á za bazę liniikę proſtą Pp korreſpondującą każdemu z boków Mm: wnieść iuż należy, że iakakolwiek summa tych zwierzchnych rozciągłości wziętych naprzykład od A, aż do p, równá będzie rektangułowi maiącemu za wyſokość linią równą periferiy napisaney promieniem CK, á za bazę summę wſzytkich tych linijek Pp liczonych od A, aż do p, to ieſt linią proſtą Ap.

TAB: XIV. FIG: 1.

FIG: 2.

Więc chcąc mieć całą zwierzchną rozciągłość przez obrót poligonu uformowaną, trzeba napiſać rektangul, któryby miał bazę równą periferyi napiſaney promieniem CK, á wyſokość równą dyametrowi AB.

LXV.

Łacno iuż dopiero mierzyć zwierzchną rozciągłość sfery. Rzecz bowiem iasna ieſt, że figura pełna przez obrót poligo-

poligonu uformowana, tym bardziey zbliży się do równości z sferą, á perpendykuł CK do równości z promieniem, im więcey boków mieć będzie poligon, tak dalece, że ieśli poligon zamieni się w cyrkuł, perpendykuł CK stanie się promieniem, á zwierzchna rozciągłość sfery będzie równa płaszczyznie rektangułu maiącego za wysokość dyameter, á za bazę linią równą peryferyi cyrkułu, który obrótem swym koło dyametru uformował sferę, pospolicie wielkim sfery cyrkułem zwany.

Zwierzchna rozciągłość sfery ma za miarę produkt z dyametru multyplikowanego przez peryferyą wielkiego swego cyrkułu.

LXVI.

TAB: XIV. Fig: 3.

Co to iest segment sfery, i iak się mierzy zwierzchna onego rozciągłość?

Co się tycze zwierzchney rozciągłości segmentu sfery AMLNO, to iest części odciętey przez płaszczyznę MLNO perpendykularną do dyametru: ten ucinek ma za miarę produkt z swey grubości, albo z linii AP mierzącey tę grubość, á nazwaney strzałką, i z peryferyi wielkiego cyrkułu AMBN. Co się tak wywodzi, iako się wyżey wywiodło (Artyk: LXIV.), że summa zwierzchnych rozciągłości wszytkich konu-

konusów uciętych, á między punktami A, i *m*, zawartych, równa iest rektangułowi, którego wysokość iest A*p*, á baza linia równa peryferyi napisaney promieniem CK.

TAB: XIV. Fig: 2.

LXVII.

Opisany dopiero sposób, którym się wymierza zwierzchna rozciągłość sfery, pokazuie nam, że gdyby rektanguł ABDE był obracany razem z pół-cyrkułem AMNB, koło dyametru AB, zwierzchna wypukłość prostego cylindra EFGIKDH, napisana obrótem tego rektangułu, byłaby równa zwierzchney wypukłości sfery napisaney obrótem pół-cyrkułu. Co się pospolicie tak wyraża: zwierzchna rozciągłość sfery, równa iest zwierzchney rozciągłości opisanego koło niey cylindra, prócz dwu cyrkułów za bazy mu służących.

TAB: XIV. Fig: 4.

Zwierzchna rozciągłość sfery iest równa zwierzchney rozciągłości cylindra koło niey opisanego.

LXVIII.

Zatym, gdyby rozcięto tak cylinder, iako i sferę przez dwie płaszczyzny do dyametru AB perpendykularne na pun-

Warſty równo-grube ſfery i cylindra koło niey opisanego maią równe zwierzchne rozciągłości.

punktach P, i Q, dwa te solida z obuſtron obcięte miałyby równe zwierzchne rozciągłości, iednę przez obrót linii OS, drugą przez obrót łęku MN uformowane.

LXIX.

Zwierzchna rozciągłość sfery wczworo ieſt większa za areę wielkiego swego cyrkułu.

Ieſzcze z przeſzłych Artykułów i to się łacno wnoſi, że zwierzchna rozciągłość sfery weczworo ieſt większa za areę wielkiego swego cyrkułu, albo, co tożsamo ieſt, równa ſię wielkiemu swemu cyrkułowi cztery razy wziętemu. Area bowiem wielkiego tego cyrkułu ma za miarę produkt z połowy promienia, to ieſt z czwartey części dyametru multyplikowaney przez periferyą, zwierzchna zaś rozciągłość sfery równa ieſt produktowi z całego dyametru i z tey samey periferyi.

LXX.

Maiąc wymiar zwierzchney rozciągłości ſfery, bardzo łacno ieſt mierzyć oney pełność. Sfera bowiem może być wzięta za zbior nieźliczonych pira-

piramid, których wierzchołki schodzą się do centrum, á bazy ſkładaią zwierzchną rozciągłość. Lecz każda z tych piramid ma za miarę produkt, który wynika, gdy ſię trzecia część wyſokości w tym razie promieniowi równey multyplikuie przez bazę; więc summa wſzytkich tych piramid, to ieſt pełność sfery zawiera ſię w produkcie z trzeciey części promienia multyplikowaney przez zwierzchną oney rozciągłość, albo przez areę wielkiego cyrkułu cztery razy wziętą.

Pełność sfery, ieſt to produkt z trzeciey części promienia, multyplikowaney przez areę wielkiego cyrkułu cztery razy wziętego.

LXXI.

Ponieważ produkt z trzeciey części promienia multyplikowaney przez wielki cyrkuł cztery razy wzięty, ieſt tożsamo, co produkt z trzeciey części promienia cztery razy wziętey, albo ze dwu trzecich części dyametru, multyplikowanych przez wielki cyrkuł: nad to, ponieważ pełność cylindra EFGIKDH ma za miarę produkt z całego dyametru AB multyplikowanego przez wielki cyrkuł sfery, który temuż cylindrowi ſłuży za bazę: idzie zatym, że peł-

TAB: XIV. Fig: 4.

Pełność sfery ieſt równa dwóm trzecim częściom

ści pełności cylindra koło niey opisanego. pełność sfery równa iest dwôm trzeciin częściom pełności cylindra koło niey opisanego.

LXXII.

TAB: XIV. Fig: 3. Wymiar pełności segmentu sfery. Gdyby pełność segmentu sfery AMLNO dana była do wymiaru: widomo iest, iż trzebaby naprzód wymierzyć część sfery CMANLO, uformowaną przez obrót sektora CAM, koło AC iednego z swych promieni, coby się wykonało multyplikuiąc trzecią część promienia przez zwierzchną rozciągłość rzeczonego segmentu AMLNO; dopieroż odiąwszy od produktu z tąd wynikaiącego pełność konusa uformowanego przez obrót tryangułu CPM, to iest konusa maiącego za bazę cyrkuł MLNO, á za wysokość część promienia CP, mielibyśmy w pozostałey reszcie walor szukany segmentu.

LXXIII.

Zakończmy te Geometryczne początki niektóremi propozycyami względem pełności, i zwierzchney rozciągłości solidów sobie podobnych. Te propozycye same prawie narażaią się na myśl, skoro na uwagę to bierzemy, na czym zależy dwu solidów podobieństwo. Nawet przez analogią niechybnie wnosić ie można z tego, co się mówiło (I. Części Artyk: XXXIV, &c.) o podobieństwie figur płaskich.

W Artykule XXXII determinowaliśmy, na czym zależy podobieństwo dwu piramid: dana tam definicya piramid sobie podobnych może się rozciągnąć do wszytkich solidów płaskiemi ścianami zewsząd określonych: to iest, że dwa takie solida będą sobie podobne, ieśli wszytkie anguły między bokami pierwszego zawarte będą równe angułom między bokami drugiego zawartym, á boki iednego będą proporcyonalne bokom drugiego. Na czym zależy podobieństwo dwu solidów płasko-ściennych?

LXXIV.

Co się tycze solidów, które nie są zewsząd płaszczyznami określone, iakie są naprzykład cylindry i konusy: łacno

Cc 2 iest

ieſt determinować kondycye do podobieńſtwa onych potrzebne.

Kondycye determinujące podobieńſtwo dwu cylindrów proſtych.

Dwa cylindry proſte będą sobie podobne, ieśli onych wyſokości będą w proporcyi promieni, któremi napisane maią bazy.

LXXV.

Kondycye determinujące podobieńſtwo dwu cylindrów ukośnych.

W cylindrach zaś ukośnych ieſzcze tego będzie potrzeba, ażeby linie, które łączą centra dwu cyrkułów tak w iednym iako i w drugim cylindrze, czyniły też same anguły z onych bazami.

LXXVI.

Kondycye determinujące podobieńſtwo dwu konusów.

Też same definicye mogą służyć konusom, gdy zamiaſt linii przechodzącey przez centra dwu cyrkułów, które cylinder ma za bazy, położy się linia prowadzona z wierzchołka konusa do centrum cyrkułu za bazę mu ſłużącego.

LXXVII.

Kondycye determinujące podobieńſtwo dwu konusów uciętych.

Zeby dwa konusy ucięte były sobie podobne, trzeba naprzód żeby owe też konusy, których te są ucinkami, ieden drugiemu były podobne; powtóre żeby wyſokości uciętych konusów były w proporcyi promieni, któremi napiſane są onych bazy.

LXXVIII.

Sfery, kubusy, i inne figury, których determinacya zawiſła od iedney linii, są wſzytkie zgoła sobie podobne.

Względem sfer, albo solidów doſkonale okrągłych, widomo ieſt, iż te wſzytkie są iedne drugim podobne, tak iako wſzytkie figury, czy to pełne, czy to płaſkie, których determinacya od iedney tylko zawiſła linii: iakie są cyrkuł, kwadrat, tryanguł równo-ścienny, kubus, cylinder koło sfery napisany, i inne.

LXXIX.

Ogulnie: solida podobne nieróżniąſię iak tylko przez ſkale do konſtrukcyi onych użyte.

Na reſztę ogulnie to się mówić może o solidach podobnych, co się mówiło o figurach płaſkich, że ſię nie różnią iak tylko ſkalami, które do konſtrukcyi onych użyte były.

Samo to figur podobnych opisanie wzięte na pilną uwagę ſtawi przed oczy dwie fundamentalne propozycye względem zwierzchney rozciągłości i pełności solidów podobnych.

LXXX.

LXXX.

Zwierzchne rozciągłości solidów podobnych są w proporcyi kwadratów bokami onych korrefponduiącemi napisanych.

TAB: XIV. FIG: 5, i 6.

Pierwfza z tych propozycyi pokazuie nam, że zwierzchne rozciągłości dwu solidów podobnych są w proporcyi kwadratów napifanych korrefponduiącemi onych bokami. Taż sama naprzykład zachodzi relacya między zwierzchnemi rozciągłościami dwu podobnych piramid, *z*, Z, która ieft między kwadratami *abcd*, A B C D boków korrefponduiących w tych dwu piramidach.

Dla obiaśnienia i wywodu tey propozycyi nie trzeba więcey nad to, co fię wyżey mówiło (I. Części Artyk. XLIII, i XLIV.) to ieft należy tylko uważyć, iż ieśli P, i *p*, są fkale dwu podobnych piramid Z, i *z*, tedy liczba części P zawarta w liniach, które maią być użyte do wymiaru zwierzchney rozciągłości Z, i kwadratu ABCD, równa będzie liczbie cząftek *p* znayduiącey fię w tych liniach, które powinne być użyte do wymiaru zwierzchney rozciągłości *z*, i kwadratu *abcd*.

Zatym bowiem idzie, że produkt z linii

z linii wchodzących do wymiaru rozciągłości Z, i kwadratu ABCD, da liczbę kwadratów X maiących za boki części P, równą liczbie kwadratów *x* napisanych bokami *p*, którą da produkt z linii użytych do wymiaru rozciągłości *z*, i kwadratu *abcd*. To ieft, liczby wyrażaiące relacyą zwierzchney rozciągłości Z, do kwadratu ABCD, będą równe liczbom wyrażaiącym relacyą zwierzchney rozciągłości *z*, do kwadratu *abcd*.

Toż samo wywodzić, i mówić można, komparuiąc z sobą inne też solida podobne, iuż to płafko-ścienne, iuż to okrągło-wypukłe. Linie bowiem użyte do wymiaru zwierzchney rozciągłości wfzytkich tych solidów będą miały też samę liczbę części z własney każdego fkali wziętych: zatym w produktach z tychże linii zawierać się będą równe liczby kwadratów z tych samych części.

Ieśliby linie wchodzące do wymiaru zwierzchney rozciągłości solidów podobnych nie mogły mieć spólney miary, widomo ieft, iż demonftracya w tym

tym nawet razie byłaby niewzrufzona, byleby się wſpierała na tych samych principiach, których użyliśmy (II. Części Artyk: XXVIII.) do komparowania z sobą figur podobnych, których boki spolney miary mieć nie mogą.

LXXXI.

Zwierzchne rozciągłości sfer są w proporcyi z kwadratami swych promieni.

Podobnym spoſobem można by dowieść; że zwierzchne rozciągłości sfer są w proporcyi z kwadratami swych promieni. Lecz żeby się to bardziey obiaśniło innym ieſzcze spoſobem, dosyć będzie przypomnieć, że cyrkuły są w proporcyi z kwadratami swych promieni,(III. Części Artyk: VI.), zwierzchna zaś rozciągłość każdey sfery równa ieſt wielkiemu oney cyrkułowi cztery razy wziętemu, (Artyk: LXIX.).

LXXXII.

Proporcyonalność zachodząca między zwierzchnemi rozciągłościami solidów podobnych, i kwadratami, które mogą być napisane korreſponduiącemi onych bokami, tak ieſt powſzechna, że równie ſłuży tym solidom, których wymiar

miar niewiadomy ieſt, iako tym, których wymiar ieſt wiadomy.

Tak naprzykład niewiedząc nawet, iak się ma wymierzać zwierzchna rozciągłość cylindra ukośnego, można mówić, że zwierzchne rozciągłości dwu cylindrów ukośnych sobie podobnych są w proporcyi z kwadratami dyametrów, albo promieni, któremi bazy onych napisane są. Gdy się bowiem w te dwa cylindry wpiſzą dwa pryzmata podobne, maiące tyle ścian, ile się podoba, zwierzchne rozciągłości tych pryzmatów będą w proporcyi z kwadratami rzeczonych dyametrów: iako widomo ieſt z tego, co się wyżey mówiło. Więc same też cylindry wzięte za oſtatnie ze wſzytkich tych pryzmatów, które się w nie wpisać iedne po drugich mogą, będą miały zwierzchne rozciągłości w rzeczoney relacyi.

LXXXIII.

Druga ze dwu propozycyi fundamentalnych, ſłużąca do komparowania pełności solidów sobie podobnych, ieſt ta:

Solida podobne są w proporcyi z kubusami swych boków korrespondujących.

Solida podobne są w proporcyi z kubusami swych boków korrespondujących. Tę propozycyą można tak demonstrować iak przeszłą z tey samey uwagi, że figury podobne nieróżnią się ieno przez skale do konstrukcyi onych użyte.

TAB: XIV. FIG: 7, i 8.

Zebyśmy to iak nayprościey i naylacniey pokazali, obierzmy naprzykład dwa podobne sobie pryzmata Z, z, i dwa kubusy X, x, których boki są równe liniom AB, *ab* korrespondującym sobie w tych dwu pryzmatach; nad to weźmimy dwie skale AB, *ab* podzielone na liczbę części bardzo wielką, á tym samym do wymiaru solidów dostateczną. To założywszy każdy łacno widzieć może, iż liczba kubusów uformowanych z *ab*, znayduiąca się w pryzma z, i kubusie x, równa będzie liczbie kubusów uformowanych z AB, w pryzma Z, i kubusie X, zawartey.

Podobnie można też mówić o wszytkich innych solidach, tak dalece, że te nawet, którychby dymensye nie miały spolney miary, byłyby w proporcyi z kubusami swych boków korresponduiących.

LXXXIV.

LXXXIV.

Sfery są w proporcyi z kubusami swych promieni.

Tak naprzykład pełności sfer oczewiście są w proporcyi z kubusami swych promieni.

KONIEC.





REGESTR
MATERYI.

Liczba Rzymſka znaczy Artykuły, poſpolita karty.

PIERWSZA CZĘSC

O ſpoſobach, przez które naynaturalniey ludzie przyſzli do wymiarów ziemnych.

II. *Linia proſta ieſt naykrótſza ze wſzytkich, które mogą być prowadzone od iednego punktu do drugiego, á zatym ieſt miarą odległości onych od ſiebie.* 2.

III. *Linia na drugiey ſtoiąca, á ku żadney ſtronie nieſkłoniona, ieſt do niey perpendykularna.* 3.

IV. *Rektanguł ieſt to figura maiąca cztery ściany wzaiemnie do ſiebie perpendykularne.* 4.

Kwa-

Kwadrat iest to Rektanguł, którego cztery ściany są równe. tamże.

V. Sposób podnieśienia linii perpendykularney. 5.

VI. Cyrkuł iest to obwod cały, który bywa napisany końcem iedney nogi cyrkla obracaney koło drugiey w iakim punkcie utkwioney. 7.

Centrum iest ów punkt, w którym koniec iedney nogi cyrkla bywa utkwiony, gdy druga pisze cyrkuł. tamże.

Promień iest otwor cyrkla, którym się pisze cyrkuł. tamże.

Dyametr iest podwóyny promień. tamże.

VII. Sposób spuszczenia linii perpendykularney. 8.

VIII. Rozdzielić linią na dwie części równe. tamże.

IX. Napisać kwadrat maiąc bok onego dany. 9.

X. Napisać rektanguł, którego długość i szerokość są dane. 10.

XI. Parallele są to linie wszędy równie odległe od siebie. tamże.

Prowadzić parallelę do iakiey linii przez punkt dany. 11.

XII.

XII. Miara rektangułu iest produkt z wysokości iego multyplikowaney przez bazę. 13.

XIII. Figury prosto-ścienne są te, które się prostemi liniami zamykaią. 14.

Tryanguł iest to figura trzema liniami prostemi zamknięta. 15.

XIV. Linia diagonalna rektangułu iest ta, która go dzieli na dwa tryanguły równe. tamże.

Tryanguły rektanguły są te, które maią dwa boki do siebie wzaiem perpendykularne. 16.

Tryanguł iest połową rektangułu maiącego też same bazę i wysokość, które ma tryanguł. tamże.

Zatym miara tryangułu iest połowa produktu z iego wysokości multyplikowaney przez bazę. 17.

XV. Tryanguły maiące tęż samę wysokość i bazę, maią równe rozciągłości. tamże.

XVII. Tryanguły maiące też samę bazę, i między temi samemi parallelami zamknięte, maią równe rozciągłości. 19.

XVIII. Parallelogrammy są to figury zamknięte czterma ścianami, z których każda do leżącey naprzeciw siebie iest parallela. 20.

Parallelogrammy ſą równe produktowi z wyſokości onych multyplikowaney przez bazę. tamże.

XIX. *Parallelogrammy, które maią ſpólną bazę, á znayduią ſię między temi ſamemi parallelami, ſą równe ſobie co do rozciągłości.* 21.

XX. *Poligony regularne są to figury zamknięte ścianami równemi, i równie do ſiebie ſkłonionemi.* 22.

XXI. *Sposób napiſania poligonu maiącego pewną liczbę boków.* tamże.

Pentagon ma 5 boków, Hexagon 6, Heptagon 7, Oktogon 8, Enneagon 9, Dekagon 10, &c. tamże.

XXII. *Wymiar rozciągłości poligonu regularnego.* 23.

Perpendykuł poligonu ieſt to linia perpendykularna z centrum figury do iednego z boków oney prowadzona. tamże.

XXIII. *Tryanguł równo-ścienny ieſt ten, który ma wſzytkie trzy boki równe.* 24.

Sposób napiſania tryangułu równościennego. tamże.

XXVI. *Maiąc wiadome trzy ściany iakiego tryangułu, uczynić inny tryanguł iemu równy.* 27.

XXVII. *Anguł ieſt ſkłonienie ſię iedney linii do drugiey.* 29.

XXVIII. *Uczynić anguł równy drugiemu.* tamże.

Tryanguł, w którym dwie ściany i anguł między nimi zawarty są wiadome, ieſt determinowany. 30.

XXIX. *Drugi ſposób napiſania anguła równego drugiemu.* 31.

Chorda albo cięciwa ieſt linia proſta maiąca ſpólne końce z końcami albo oſtatniemi punktami łęku. tamże.

XXX. *Dwa anguły, i iedna ściana determinuią tryanguł.* 32.

XXXI. *Tryanguł Izoscel ieſt ten, który ma dwie równe ściany.* tamże.

Anguły w tryangule równo-ściennym, od dwu boków równych i bazy zawarte, są ſobie równe. 34.

XXXIV. *Na czym zawiſło podobieńſtwo figur?* 37.

XXXVI. *Sposób którym ſię ma ryſować iaka figura podobna drugiey.* 38.

XXXVIII. *Jeśli dwa anguły iakiego tryangułu równe są drugim dwóm angułom innego tryangułu, trzeci też anguł w*

Ee pier-

pierwszym równy iest trzeciemu w drugim tryangule. 41.
XXXIX. *We dwu tryangułach maiących też same anguły, boki są proporcyonalne.* 42.
XL. *Podzielić linią prostą na tyle równych części, ile się podoba.* 46.
XLI. *Co to iest linia czwarta proporcyonalna, i iak się znayduie?* 47.
XLII. *Wysokości tryangułów podobnych są proporcyonalne onych bokom.* 48.
XLIV. *Płaszczyzny tryangułów podobnych maią się do siebie, iako kwadraty boków korrespondujących.* 49.
XLV. *Własności figur podobnych wynikaiące z własności tryangułów podobnych.* 51.
XLVII. *Płaszczyzny figur podobnych tak się maią do siebie, iak się maią do siebie kwadraty boków korrespondujących.* 54.
XLVIII. *Figury podobne niczym od siebie nie różnią się iak tylko różnością skal, wedle których są napisane.* tamże.
L. *Sposób mierzenia odległości iakiego mieysca nieprzystępnego.* 56.
LII. *Angułu miarą iest łęk cyrkułu między bokami iego zawarty.* 58.

LIII. *Cyrkuł dzieli się na 360 gradusów, á każdy gradus na 60 minut &c.* tamże.
LIV. *Anguł prosty ma 90 gradusów, á boki do siebie wzaiem perpendykularne.* 59.
LV. *Anguł ostry iest mnieyszy niż prosty.* tamże.
LVI. *Anguł tępy większy iest niż prosty.* tamże.
LVII. *Summa wszytkich angułów maiących spolny wierzchołek, które się zmieścić mogą z iedney strony linii prostey, czyni 180 gradusów.* 60.
LVIII. *Summa wszytkich angułów, które się uformować mogą koło iakiego punktu, równa iest czterem angułom prostym.* tamże.
LIX. *Opisanie Instrumentu, który się nazywa pół-cyrkułem mierniczym albo Grafometrem.* 61.
Iak ma być Grafometr do mierzenia angułów użyty? tamże.
LX. *Co to iest Transportator, i iak ma być użyty do napisania angułu maiącego pewną liczbę gradusów?* 62.
LXIII. *Anguły ukośne są te, które się formuią z obustron linii przecinaiącey dwie parallele.* 66.

Te anguły są sobie równe. tamże.

LXIV. *Summa trzech angułów w każdym tryangule równa iest dwóm angułom prostym.* 67.

LXVIII. *W każdym tryangule anguł zewnętrzny równy iest dwóm angułom wnętrznym naprzeciw iemu leżącym.* 69.

LXIX. *W tryangule Izoscelu gdy ieden anguł iest wiadomy, tym samym inne dwa wiadome są.* 70.

LXX. *W tryangule równo-ściennym każdy ze trzech angułów czyni 60 gradusów.* tamże.

LXXI. *Sposób napisania Hexagonu.* tamże.

LXXII. *Połowa angułu w centrum Hexagonu daie anguł cały Dodekagonu.* 72.

LXXIII. *Rozdzielić łęk albo anguł na dwoie.* tamże.

LXXIV. *Sposób napisania poligonów od 24 &c. boków.* 73.

LXXV. *Sposób napisania Oktogonu.* tamże.

Sposób napisania poligonów od 16, 32, &c boków. 74.

DRU-

DRUGA CZĘSC.

O sposobie Geometrycznym komparowania Figur prosto-ściennych.

I. *Dwa rektanguły maiące tęż samę wysokość są do siebie iako onych bazy.* 78.

V. *Sposób zamienienia iednego tryangułu na drugi, któryby miał wysokość daną.* 79.

VI. *Drugi sposób zamienienia iednego rektangułu na drugi, któryby miał wysokość daną.* 81.

VII. *Dowod gruntowny tey propozycyi: we dwu rektangułach równych baza pierwszego ma się do bazy drugiego, iako wysokość pierwszego do wysokości drugiego.* 83.

VIII. *Gdy ze czterech linii tak się ma pierwsza do drugiey, iako trzecia do czwartey: Rektanguł uformowany z pierwszey i czwartey równy będzie rektangułowi z wtórey i trzeciey.* tamże.

IX. *Liczby lub wielkości takie, z których pierwsza tak się ma do wtórey, iako trzecia do czwartey, zowią się proporcyonalne &c.* 84.

X. *Ze*

X. *Ze czterech terminów proporcyi pierwszy i czwarty zowią się kraynemi lub końcowemi, wtóry i trzeci średniemi.* tamże.

XI. *W proporcyi produkt z terminów kraynych równy iest produktowi z terminów średnich.* 85.

XII. *Ieśli produkt z terminów kraynych iest równy produktowi z terminów średnich, cztery terminy są proporcyonalne.* tamże.

XIII. *Zkąd się wywodzi reguła trzech albo reguła złota?* tamże.

Sposób znalezienia czwartego terminu proporcyi, którey trzy pierwsze są wiadome. 87.

XVI. *Podwöić kwadrat, albo dwa kwadraty równe zmieścić w iednym.* 90.

XVII. *Zmieścić w iednym kwadracie dwa kwadraty nie równe.* 91.

XVIII. *Hipotenuza iest to bok naywiększy tryangułu rektangułu.* 94.

Kwadrat oney iest równy summie kwadratów ze dwu innych boków. tamże.

XIX. *Dwa iakiekolwiek kwadraty zmieścić w iednym.* tamże.

XX. *Ieśli trzy boki tryangułu rektangułu będą bazami trzech figur podobnych: ta, którey hipotenuza służyć będzie za bazę, zrówna się summie dwu innych figur.* 95.

XXI. *Zmieścić wiele figur podobnych w iedney onym podobney.* 96.

XXIII. *Produkt z iakieykolwiek liczby multyplikowaney przez się samę iest kwadratem teyże liczby.* 98.

Wielkość, albo liczba radykalna kwadratu iest ta, która multyplikowana przez się samę daie tenże kwadrat. 99.

XXIV. *Liczba iedna wielokrotna względem drugiey iest ta, która kilka razy zawiera drugą doskonale, to iest bez żadnego fraktu.* tamże.

Bok, i diagonalna kwadratu nie mogą mieć spolney sobie miary. 100.

XXV. *Inne linie, które spolną sobie miarą nie mogą być mierzone.* tamże.

XXVII. *W tryangułach, i innych figurach sobie podobnych, boki są proporcyonalne w tym nawet razie, gdy te boki mierzone być nie mogą spolną sobie miarą.* 105.

XXVIII. *Tryanguły, i inne figury podobne są zawsze w proporcyi kwadratów napisanych korrespondującemi onych bokami.* tamże.

TRZE-

TRZECIA CZĘSC

O wymierze i własnościach figur cyrkularnych.

I. *Miarą cyrkułu iest produkt z periferyi przez połowę promienia multyplikowaney.* 112.

II. *Area cyrkułu iest równa tryangułowi maiącemu za wysokość promień, á za bazę lin'ą prostą periferyi równą.* tamże.

IV. *Periferya cyrkułu ma blisko* 22 *takich części; iakich siedm zawiera cały dyametr.* 114.

V. *Periferye cyrkułów są w proporcyi swych promieni.* 115.

VI. *Płaszczyzny cyrkułów są proporcyonalne kwadratom promieniami onych napisanym.* 116.

VII. *Ze trzech cyrkułów napisanych trzema bokami tryangułu rektangułu, ten, który ma za promień hipotenuzę, równy iest summie dwu innych.* 117.

VIII. *Pierścień albo korona iest to plac zawarty między dwóma cyrkułami tożsamo centrum maiącemi.* tamże.

Dla wymiaru pierścienia, trzeba multyplikować szerokość onego przez periferyą średnią. 119.

IX. Se-

IX. *Segment, albo ucinek cyrkułu iest to plac zawarty między łękami, i cięciwą.* 120.

Wymiar figur cyrkularnych redukuie się do wymiaru segmentu. tamże.

X. *Sektor iest to część cyrkułu między dwóma promieniami, i łękiem zawarta.* 121.

Sektora i segmentu miara. tamże.

XI. *Znaleść centrum iakiegokolwiek łęku cyrkularnego.* tamże.

XIII. *Dwie linie proste z iakiegokolwiek punktu peryferyi prowadzone do końców dyametru, zawieraią anguł prosty.* 124.

XV. *Wszytkie Anguły maiące wierzchołki u periferyi, á boki oparte na iednym spolnym łęku, są równe, i maią za spolną miarę, tegoż samego łęku, na którym oparte są, połowę.* 127.

XVIII. Tangens *iest to linia prosta dotykaiąca cyrkułu na iednym tylko punkcie.* 131.

*Anguł segmentu iest ten, który się między cięciwą, i linią (*tangens*) zawiera.* 132.

Miara iego iest połowa łęku należącego do segmentu. tamże.

XIX. *Linia* tangens *iest perpendykularna do dyametru przechodzącego przez*

Ff punkt,

punkt, na którym tangens *dotyka ſię cyrkułu.* 133.
XXI. *Co to ieſt napiſać taki ſegment, w którymbyſię zawrzeć mógł anguł dany?* 134.
Sposób napiſania ſegmentu, w którym ma ſię zawrzeć anguł dany. tamże.
XXII. *Znaleść odległość iakiego mieyſca od trzech innych, których pozycye są wiadome.* 136.
XXIII. *Gdy ſię dwie cięciwy rozcinaią w cyrkule, rektanguł z części cięciwy iedney równy ieſt rektangułowi z części cięciwy drugiey.* 139.
XXIV. *Kwadrat z iakieykolwiek perpendykularney podnieſioney z dyametru do perîferyi, ieſt równy rektangułowi ze dwu części, na które ſię dzieli dyametr.* 140.
XXV. *Zamienić rektanguł na kwadrat.* tamże.
XXVI. *Co to ieſt linia śrzednia proporcyonalna między dwóma liniami?* 141.
Sposób znalezienia linii śrzedniey proporcyonalney między dwóma liniami danemi. tamże.
XXVII. *Inny spoſob znalezienia linii śrzedniey proporcyonalney.* 142.
XXVIII. *Zamienić figurę proſto-ścienną na kwadrat.* 143.

XXX. *Napiſać kwadrat, którym miał relacyą daną do kwadratu danego.* 144.
XXXI. *Napiſać poligon, któryby do innego poligonu ſobie podobnego miał relacyą daną.* 145.
XXXII. *Napiſać cyrkuł, któryby do innego cyrkułu danego miał relacyą daną.* 146.
XXXIII. *Ieśli z punktu wziętego za obrębem cyrkułu, będą prowadzone dwie linie przezeń przechodzące, rektanguły z onych przez ſwe części za cyrkułem leżące multyplikowanych ſą równe.* tamże.
XXXIV. *Kwadrat z linii* (tangens) *ieſt równy rektangułowi z linii* (secans) *przez ſwą część za obrębem cyrkułu leżącą multyplikowaney.* 148.
XXXV. *Z danego punktu za obrębem cyrkułu poprowadzić do tegoż cyrkułu linią* (tangens). 149.

CZWARTA CZĘSC

O spoſobie mierzenia figur pełnych, albo tych wielkości, które się zowią *Solida:* także o wymierze zwierzchnych rozciągłości, któremi solida zewſząd określone są.

I. *Kubus iest to bryła sześcią - równemi kwadratami zewsząd określona: á wszytkim solidom za spolną miarę służąca.* 153.

II. *Parallelopiped iest bryła sześcią - rektangułami określona.* 154.

Płaszczyzny zowią się parallele, które w całym swym rozciągu równie iedne od drugich są odległe. tamże.

III. *Wymiar parallelopipedu.* 155.

IV. *Parallelopiped formuie się przez kwadrat lub rektanguł tak pomykany, że nowe onego pozycye są zawsze względem pierwszey parallele.* 157.

V. *Linia perpendykularna do płaszczyzny iest ta, która się w żadną stronę ku niey nie skłania.* tamże.

Toż mówić o płaszczyznach wzaiem do siebie perpendykularnych. tamże.

VI. *Linia perpendykularna do płaszczyzny iest perpendykularną do wszytkich linii teyże płaszczyzny prowadzonych z punktu, na którym ona stoi.* 158.

VIII. *Sposób prosty, którym linia perpendykularna podniesiona z płaszczyzny, albo też do niey spuszczona być może.* 160.

IX. *Li-*

IX. *Linia będzie perpendykularną do płaszczyzny, ieśli będzie perpendykularną do dwu linii teyże płaszczyzny prowadzonych z punktu, na którym ona stoi.* tamże.

X. *Sposób, którym iedna płaszczyzna może być na drugiey perpendykularnie postawiona.* 161.

XI. *Prowadzić płaszczyznę parallelę do inney.* tamże.

XII. *Zmierzyć anguł, pod którym skłonione są do siebie dwie płaszczyzny.* 162.

XIII. *Zmierzyć anguł, pod którym linia skłania się do płaszczyzny.* 163.

XIV. *Drugi sposób spuszczenia linii perpendykularney do płaszczyzny z danego nad nią punktu.* 164.

XV. *Drugi sposob podniesienia linii perpendykularney z danego punktu na płaszczyznie.* tamże.

XVI. *Pryzma proste iest to figurą pełna, którey dwie bazy parallele na przeciw siebie leżące są dwa równe poligony, inne zaś ściany są rektanguły.* 165.

XVII. *Sposób, którym się formuią pryzmata proste.* tamże.

XIX. *Dwa*

XIX. *Dwa pryzmata maiące równe bazy, zachowuią też ſamę między sobą relacyą, która zachodzi między onych wyſokościami.* 166.
XX. *Dwa pryzmata maiące równą wyſokość, zachowuią też ſamę relacyą, która ieſt między onych bazami.* tamże.
XXI. *Pryzma proſte ma za miarę produkt z bazy multyplikowaney przez wysokość.* 168.
XXII. *Pryzmata ukośne tym ſię różnią od pryzmatów proſtych, że tym ſłużą za bazy rektanguły, owym parallelogrammy.* 169.
XXIII. *Sposób, którym ſię formuią pryzmata ukośne.* tamże.
XXIV. *Pryzmata ukośne są równe pryzmatom proſtym, gdy onych bazy, i wyſokości są równe.* 171.
XXV. *Toż mówić o równości parallelopipedów ukośnych z proſtemi.* tamże.
XXXII. *Na czym zależy podobieńſtwo dwu piramid?* 176.
XXXVII. *Piramidy maiące też ſamę wysokość, i bazę, są równe.* 180.
XXXVIII. *Dwie piramidy są także równe, gdy maią też ſamę wyſokość, á bazy co do figu-*

do figury różne i zgoła ſobie niepodobne, ale co do rozciągłości równe. tamże.
XXXIX. *Piramidy maiące też ſamę wysokość, zachowuią też ſamę do ſiebie relacyą, która zachodzi między onych bazami.* 181.
XLII. *Wielkość, albo pełność każdey piramidy, ieſt to produkt z bazy multyplikowaney przez trzecią część wysokości.* 187.
XLIII. *Każda piramida ieſt trzecią częścią każdego pryzma, które ma też ſamę bazę, i wysokość co piramida.* tamże.
XLV. *Cylinder ieſt to bryła maiąca za dwie bazy dwa równe cyrkuły leżące do ſiebie parallele, á złączone przez płaszczyznę koło periferyi onych obwiedzioną.* 189.
Różnica cylindrów proſtych i ukośnych. tameż.
XLVI. *Sposób, którym ſię formuią cylindry.* tamże.
XLVII. *Zwierzchna rozciągłość cylindra równa ieſt rektangułowi maiącemu ſpolną z cylindrem wysokość, á za bazę linią proſtą równą periferyi iednego ze dwu cyrkułow za bazy temuż cylindrowi ſłużących.* 191.

XLIX. Cy-

XLIX. *Cylindry maiące też ſamę wyſokość, i bazę, są równe ſobie co do pełności.* 192.
L. *Miarą cylindra ieſt produkt z bazy multyplikowaney przez wyſokość.* 193.
LI. *Konus ieſt to piramida maiąca za bazę cyrkuł.* tamże.
LII. *Różnica konusów proſtych i ukośnych.* tamże.
LIII. *Miarą zwierzchney rozciągłości konuſa proſtego ieſt produkt z połowy boku multyplikowaney przez periferyą bazy.* 194.
LIV. *Zwierzchna rozciągłość konuſa proſtego ieſt to ſektor cyrkułu.* 195.
LVI. *Konusy maiące też ſame bazy, i wyſokości, są równe.* 196.
LVII. *Pełnością konuſa ieſt produkt z bazy multyplikowaney przez trzecią część wyſokości.* tamże.
LIX. *Sposób, którym ſię wymierza zwierzchna rozciągłość konuſa uciętego, gdy konus ieſt proſty.* 198.
LX. *Co to ieſt Sfera, albo Kula?* tamże.
LXV. *Zwierzchna rozciągłość sfery ma za miarę produkt z dyametru multyplikowanego przez periferyą wielkiego ſwego cyrkułu.* 206.

LXVI. Co

LXVI. *Co to ieſt ſegment sfery, i jak ſię mierzy zwierzchna onego rozciągłość?* tamże.
LXVII. *Zwierzchna rozciągłość sfery ieſt równa zwierzchney rozciągłości cylindra koło niey opiſanego.* 207.
LXVIII. *Warſty równo-grube sfery, i cylindra koło niey opiſanego maią równe zwierzchne rozciągłości.* 208.
LXIX. *Zwierzchna rozciągłość sfery weczworo ieſt większa za areę wielkiego ſwego cyrkułu.* tamże.
LXX. *Pełność sfery ieſt to produkt z trzeciey części promienia multyplikowaney przez areę wielkiego cyrkułu cztery razy wziętego.* 209.
LXXI. *Pełność sfery ieſt równa dwóm trzecim częściom pełności cylindra koło niey opiſanego.* tamże.
LXXII. *Wymiar pełności ſegmentu sfery.* 210.
LXXIII. *Na czym zależy podobieńſtwo dwu ſolidow płaſko-ściennych.* 211.
LXXIV. *Kondycye determinuiące podobieńſtwo dwu cylindrów proſtych.* 212.
LXXV. *Kondycye determinuiące podobieńſtwo dwu cylindrów ukośnych.* tamże.

Gg LXXVI.

LXXVI. *Kondycye determinuiące podobieństwo dwu konusów.* tamże.
LXXVII. *Kondycye determinuiące podobieństwo dwu konusów uciętych.* tamże.
LXXVIII. *Sfery, kubusy, i inne figury, których determinacya zawisła od iedney linii, są wszytkie zgoła sobie podobne.* 213.
LXXIX. *Ogulnie: solida podobne nieróżnią się iak tylko przez skale do konstrukcyi onych użyte.* tamże.
LXXX. *Zwierzchne rozciągłości solidów podobnych są w proporcyi kwadratów bokami onych korrespondujących napisanych.* 214.
LXXXI. *Zwierzchne rozciągłości sfer są w proporcyi z kwadratami swych promieni.* 216
LXXXIII. *Solida podobne są w proporcyi z kubusami swych boków korrespondujących.* 218.
LXXXIV. *Sfery są w proporcyi z kubusami swych promieni.* 219.

Koniec Regestru Materyi.



OMYŁKI.

* Pierwsza liczba znaczy kartę, druga wiersz.

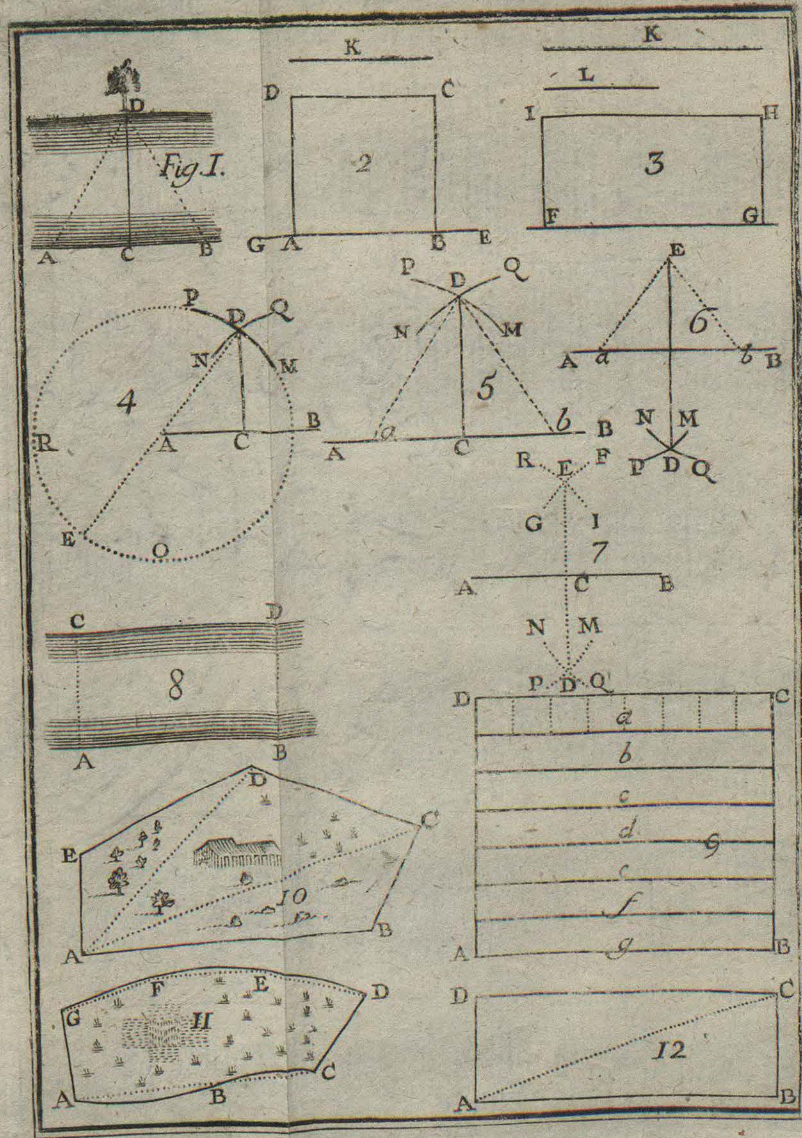
4. 23. *Na samey linii, leżącego.* &c Czytay: *na samey linii leżącego*, &c.
10. 12. *parallele*, Czytay: *parallele.* Na innych też mieyscach za miast: *parallella, parallelle, parallellogram* &c, Czytay: *paralela, parallele, parallelogram* &c.
17. 25. *wysokości równe EF, AD, równe*, Czytay: *wysokości EF, AD, równe.*
22. 3. na brzegu: *poligony regularne*, Czytay: *poligony regularne.*
22. 16. *poryferyą*, Czytay: *periferyą.*
22. 22. *szcześć*, Czytay: *sześć.*
31. 3. *Napisz łęk abc*, Czytay: *Napisz łęk ahc.*
32. 6. *z ostatniech*, Czytay: *z ostatnich.*
35. 24. *Miałbyś tryangut DAG*, Czytay: *otrzymałbyś podobnym sposobem tryangut DAG.*
42. 2. *z llnią CB*, Przyday: *także podłużoną.*
43. 3. *linil* Czytay: *linii.*
44. 25. *przez Prozumie*, Czytay: *przez P rozumie.*
46. 18. *rektangularny dobrze, podłu żony*, Czytay: *rektangularny dobrze podłużony.*
49. 20. na brzegu: *płaszczy*, Czytay: *płaszczyzny.*
72. 8. *Agnut*, Czytay: *angut.*
90. 8. *połózmy*, Czytay: *połóżmy.*
95. 8. *AHIF*, Czytay: *AHIE.*
99. 20. na brzegu: *zawiera dru doskonale*, Czytay: *zawiera drugą doskonale.*
105. 10. na brzegu: *gdy re*, Czytay: *gdy te.*
111. 12. (Fig: 8.), Czytay: (Fig: 3.).
112. 14. na brzegu: *Ieryperyi*, Czytay: *periferyi.*
115. 3. na brzegu: *Cyrkukułow*, Czytay: *cyrkułów.*
128. 4. *u łęku ACEFG*, Czytay: *u łęku ACEFB.*
133. 22. na brzegu: Fig: 7. Czytay: Fig. 8.
134. 8. *iako angułu ADB* &c, Czytay: *iako połowy angułu ADB, tak i całego angnłu ABS* &c.
144. 18. *napisać dyametrem DC*, Czytay: *napisać na dyametrze DC.*

146.

*ꟹ*ꟹ*

146. 26. na brzegu: *owe*, Czytay: *ſwe.*
148. 8. na brzegu: *ową*, Czytay: *ſwą.*
148. 13. na brzegu: *multyplikowane*, Czytay: *multyplikowaney.*
164. 9. *położywſzy*, Czytay: *położywſzy.*
171. 4. *dgy*, Czytay: *gdy.*
171. 14 na brzegu: *nkośnych*, Czytay: *ukośnyck.*
176. 22. *HIKLMN*, Czytay: *AIKLMN.*
178. 16. *BCDEFG*, Czytay: *BCDEF.*
181. 7. *bcedf*, Czytay: *bcdef.*
181. 27. na brzegu: *huzami*, Czytay: *bazami.*
183. 26. *AGTUXY*, Czytay: *AGTVXY.*
189. 20. LXVI. Czytay: XLVI.
210. 2. na brzegu: *części*, Czytay: *częściom.*




Fig. I.
D
A
C
B
K
D
C
2
G
A
B
E
K
L
I
H
3
F
G
P
D
Q
N
M
4
R
A
C
B
E
O
P
D
Q
N
M
5
A
a
C
b
B
E
6
A
a
b
B
N
M
P
D
Q
R
E
F
G
I
7
A
C
B
N
M
P
D
Q
C
D
8
A
B
D
C
E
10
A
B
D
C
a
b
c
d
9
e
f
g
A
B
F
E
D
G
11
A
B
C
D
C
12
A
B

Tab. II.

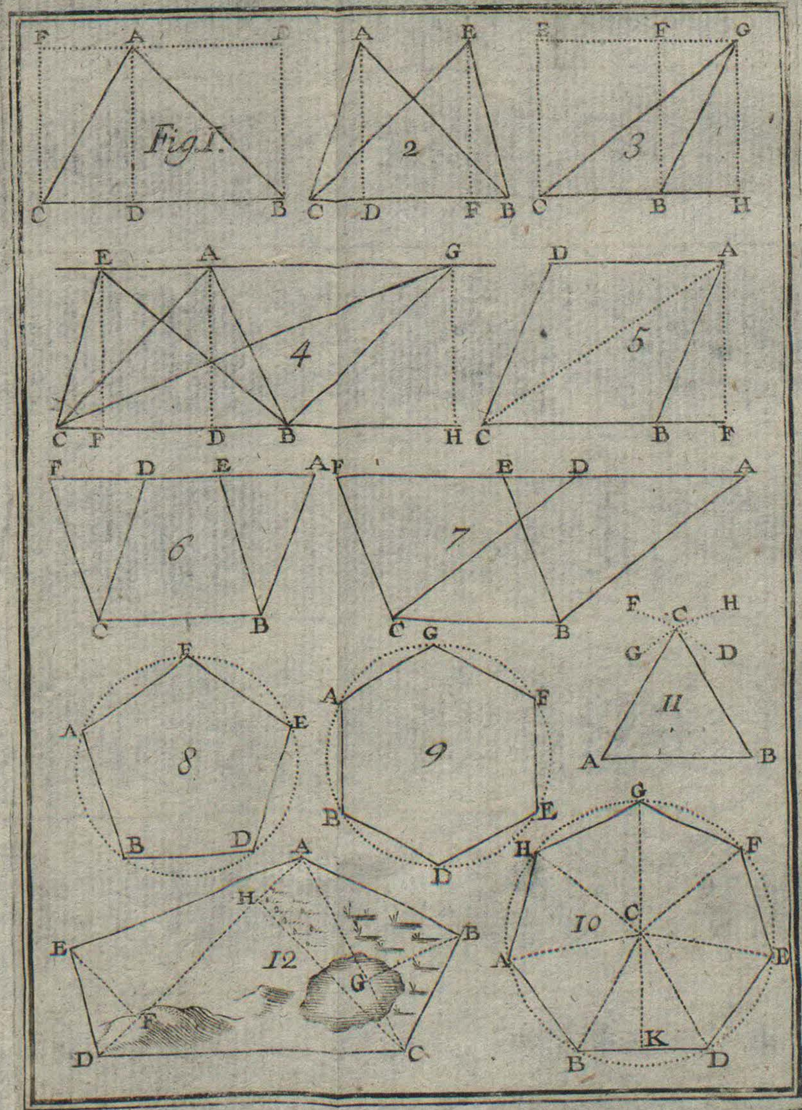
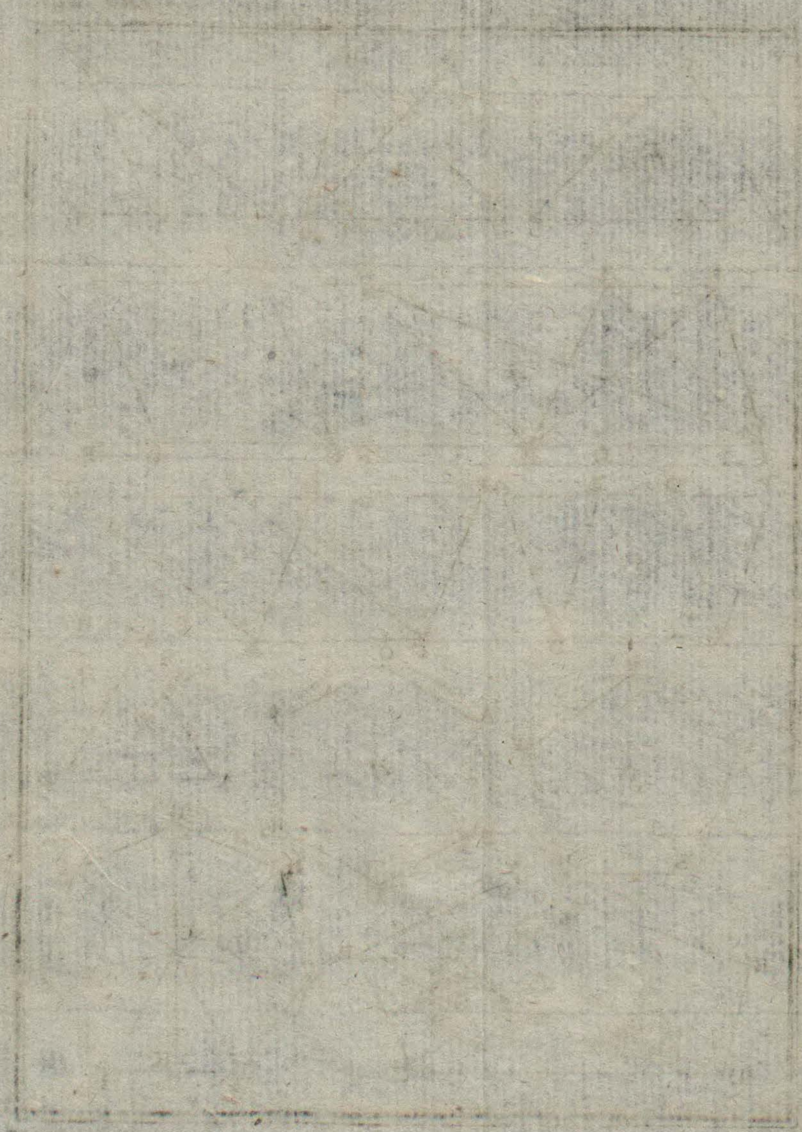


Fig. I.
F A D
C D B
2
A E
C D F B
3
E F G
C B H
4
E A G
C F D B H
5
D A
C B F
6
F D E A
C B
7
F E D A
C B
8
E A E B D
9
C G A F B E D
10
G H F A C E B K D
11
F C H G D A B
12
A H B E G F D C



Tab: III.

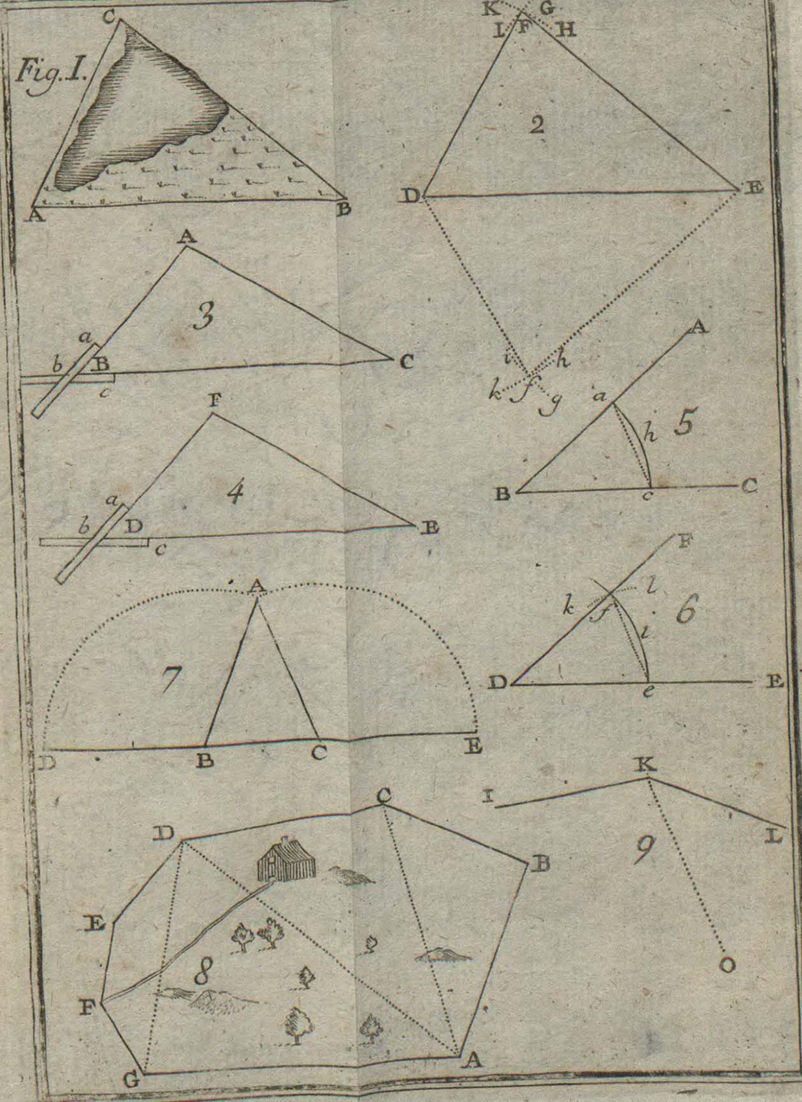
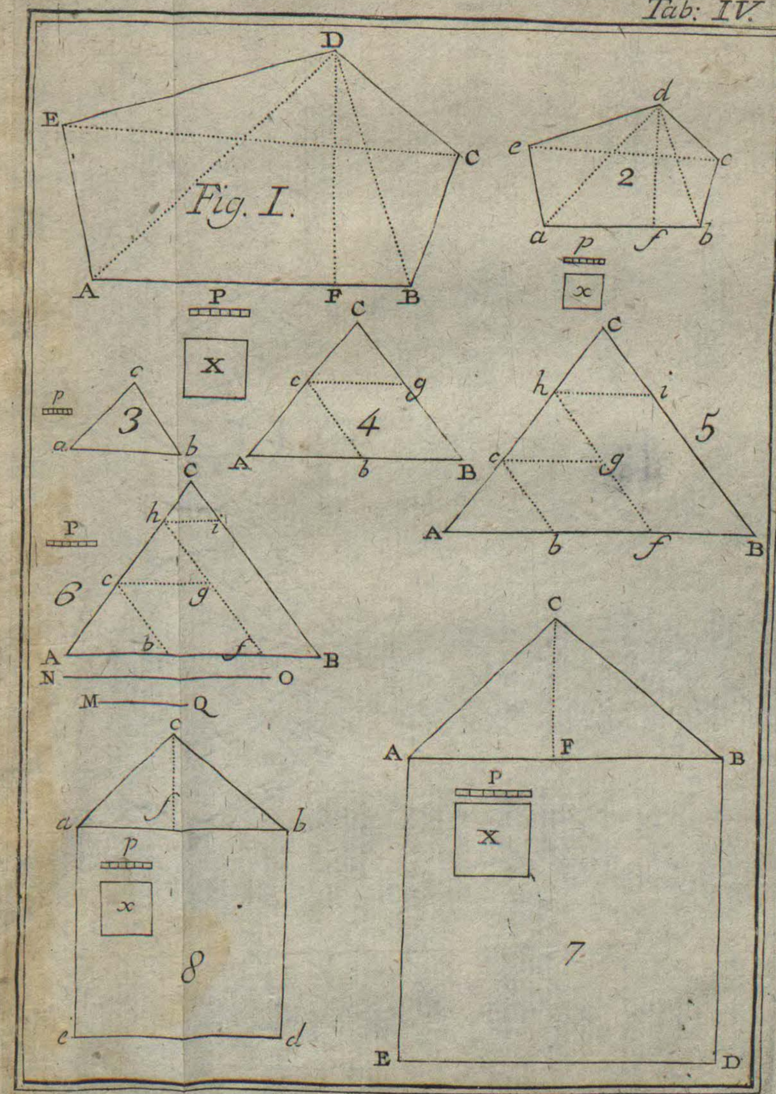
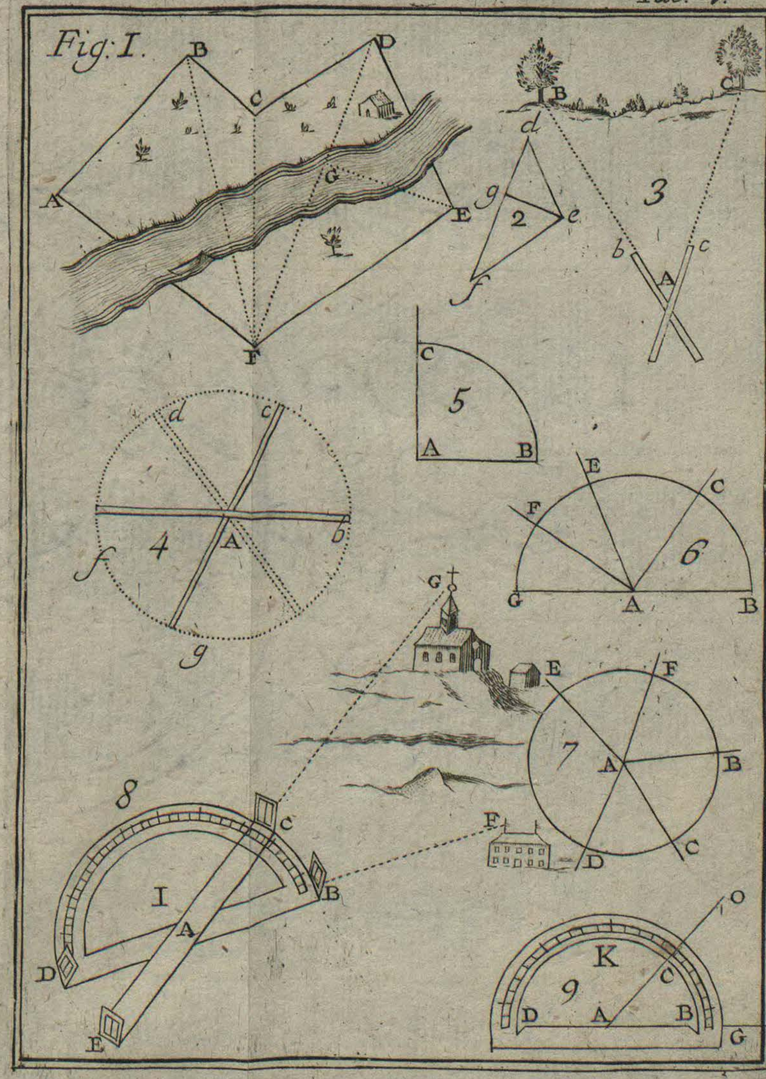


Fig. I.
C
A
B
K G
L F H
2
D
E
i h
k f g
A
3
a
b B
c
C
A
a
h 5
B
c
C
F
4
a
b D
c
E
F
A
7
D
B
C
E
l
k f
i 6
D
e
E
C
D
B
E
8
F
G
A
K
I
L
9
O


Tab: IV.
Fig. I.
D
E
C
A
F
B
P
X
d
e
c
2
a
f
b
p
x
3
4
5
6
7
8
g
h
i
N
O
M
Q



Tab: V.
Fig: I.

Tab: VI.

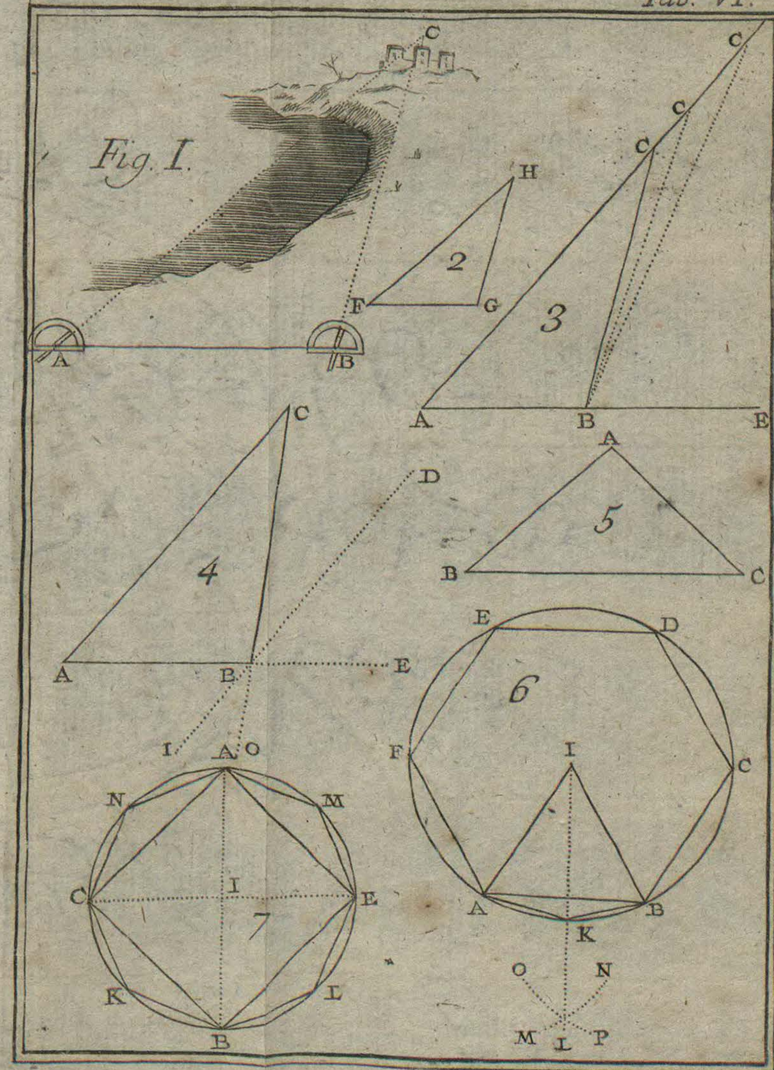
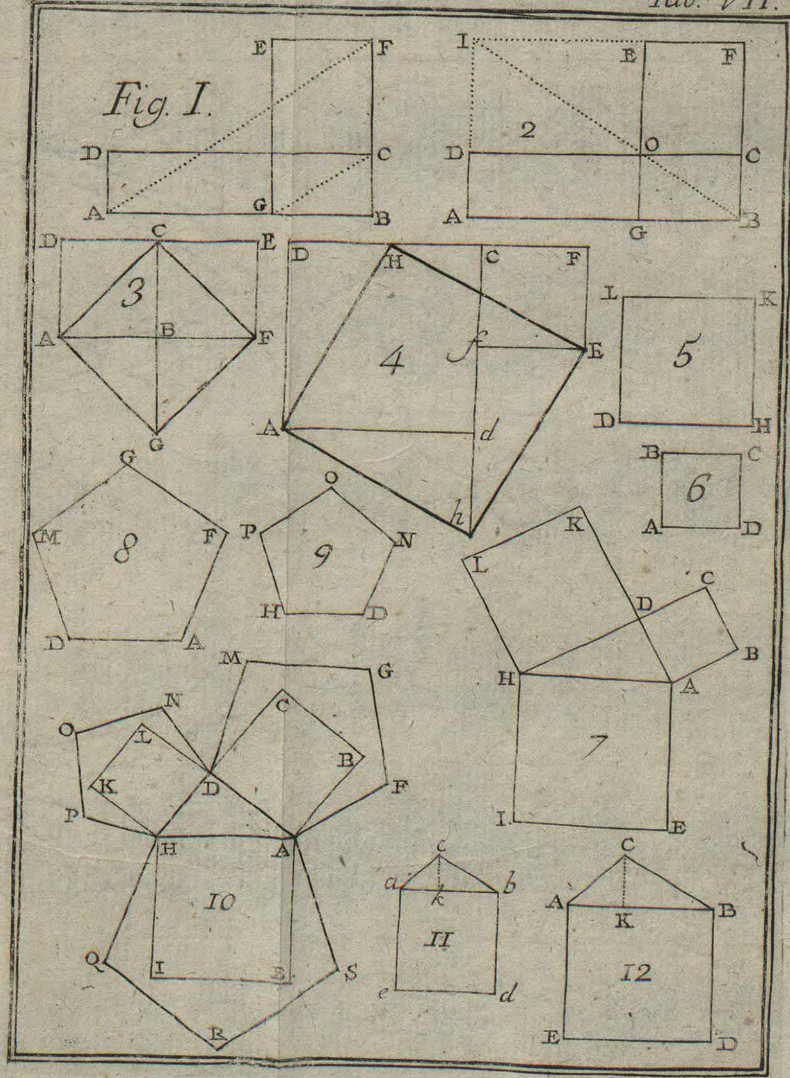
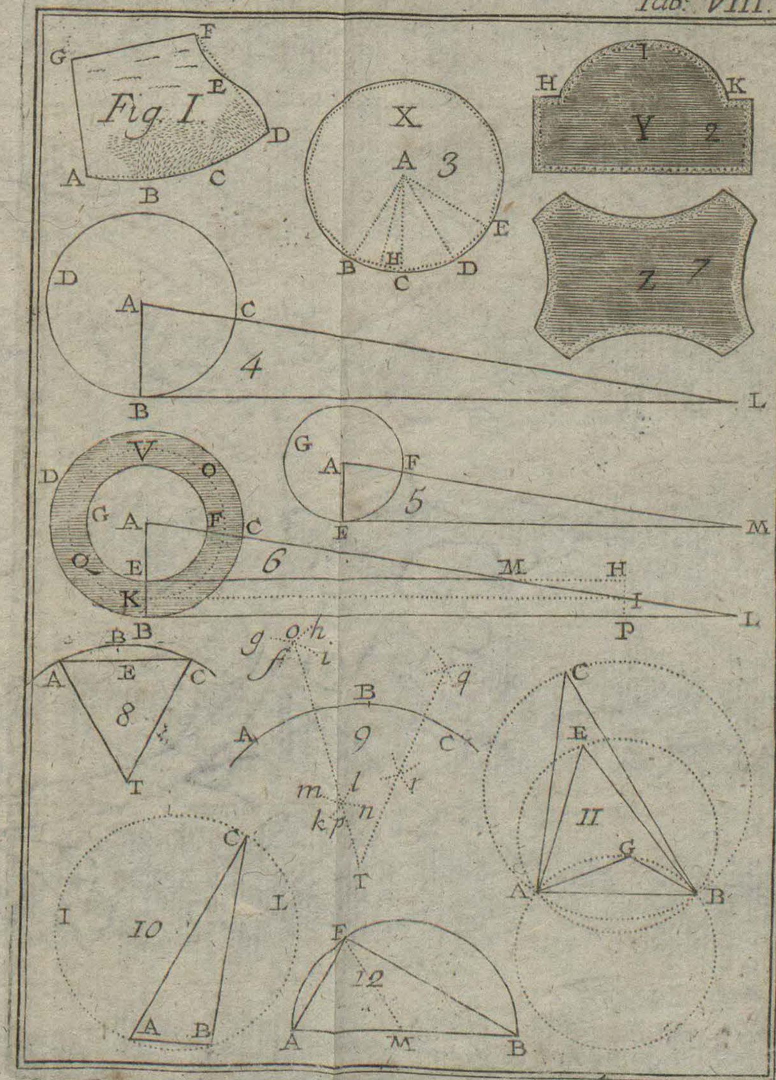
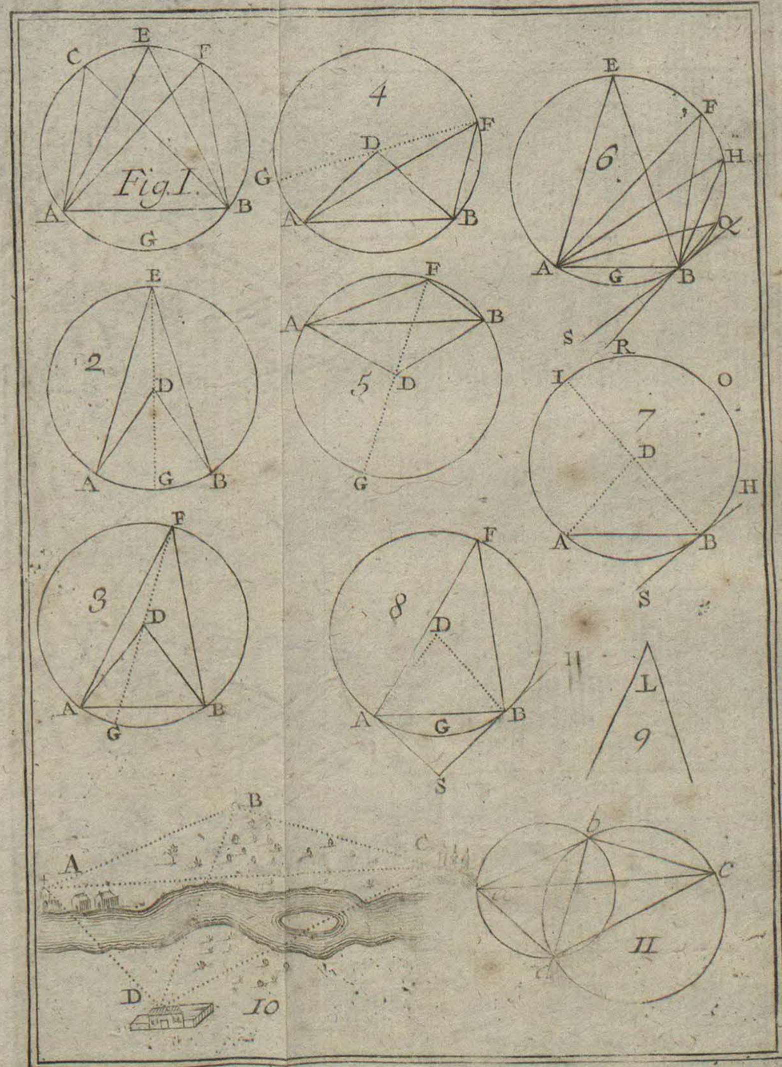


Fig. I.
C
A
B
H
2
F
G
3
C
C
C
A
B
E
C
4
D
A
B
E
A
5
B
C
E
D
6
F
C
I
A
B
K
O
N
M
L
P
I
A
O
N
M
I
C
E
7
K
L
B

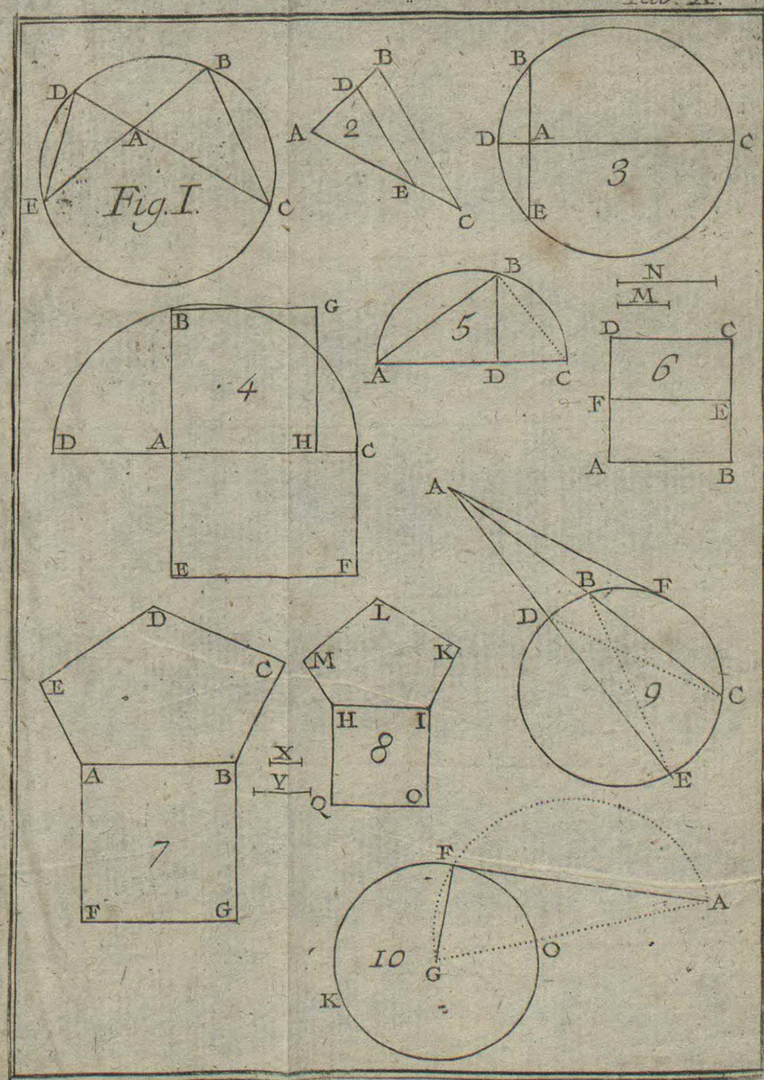
Tab: VII.

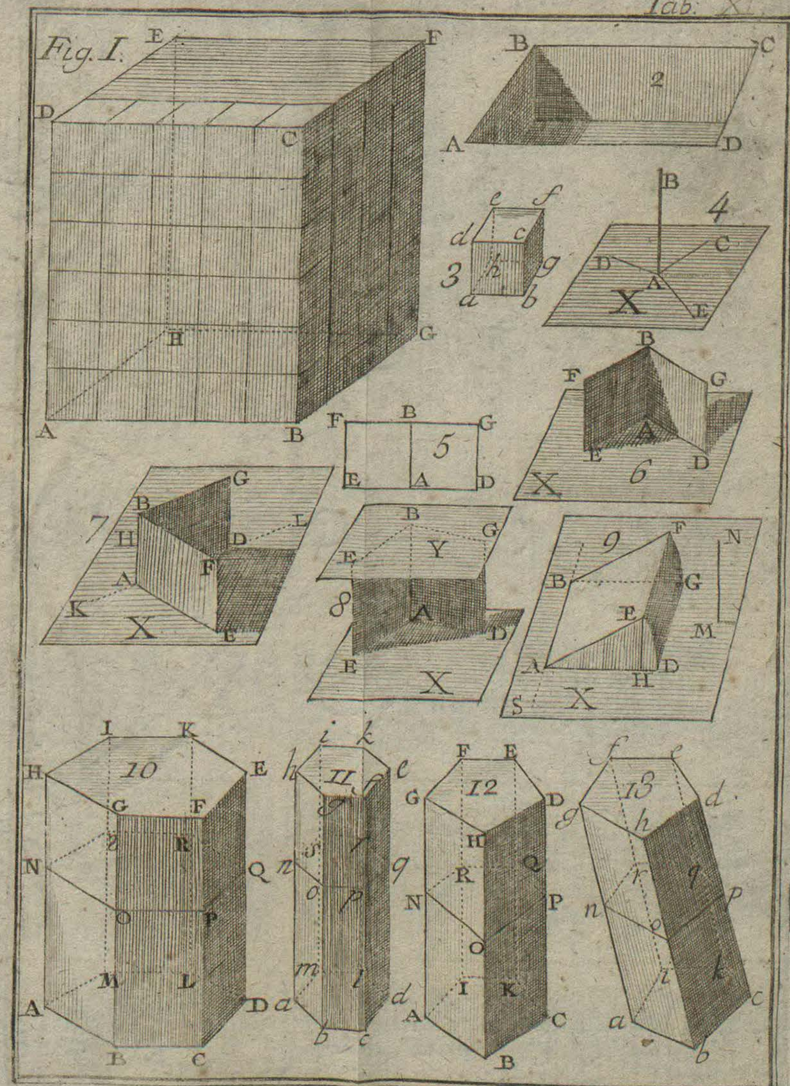


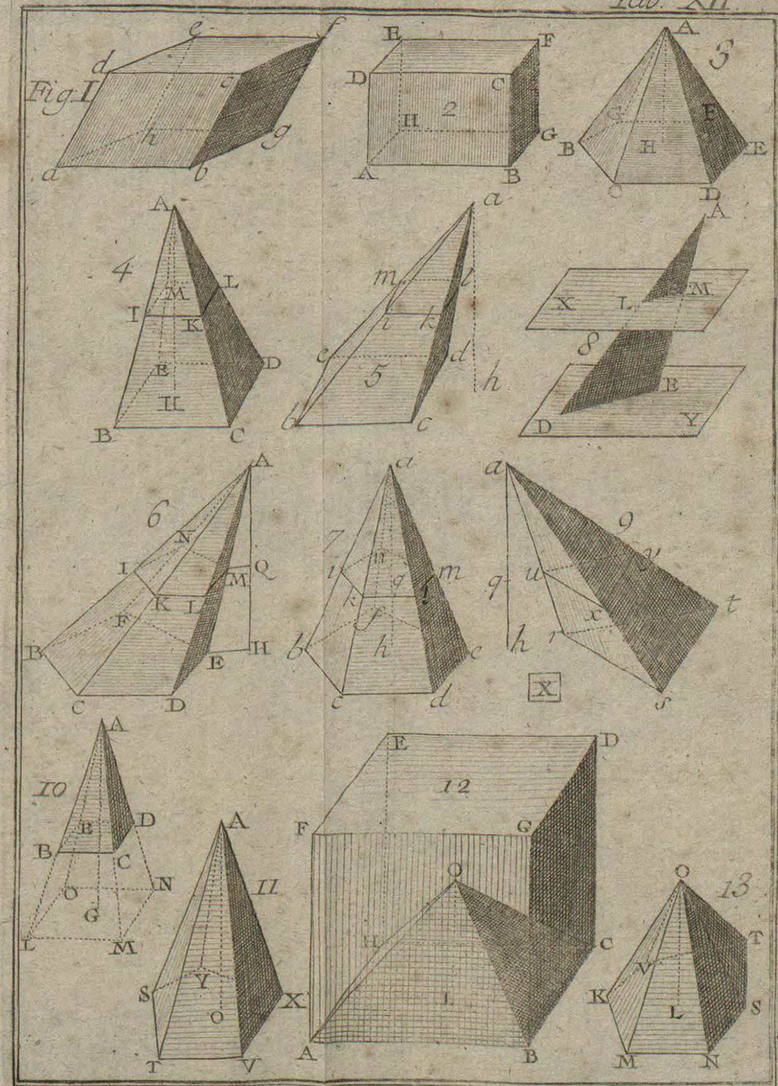

Tab: VIII.
Fig. I.
G
F
E
D
A
B
C
X
A
3
E
B
H
C
D
H
I
K
Y
2
Z
7
D
A
C
4
B
L
G
A
F
5
E
M
V
D
G
A
F
C
6
E
M
H
K
I
B
P
L
B
A
E
C
8
T
g
o
h
f
i
q
B
A
9
C
m
l
r
k
p
n
T
C
E
11
G
A
B
C
I
10
L
A
B
F
12
A
M
B


Fig.I.
C
E
F
A
B
G
4
D
F
G
A
B
6.
E
F
H
Q
A
G
B
S
R
2
E
D
A
G
B
A
F
B
5
D
G
I
O
7
D
H
A
B
S
3
F
D
A
B
G
8
F
D
A
G
B
H
S
L
9
A
B
C
D
10
b
C
II

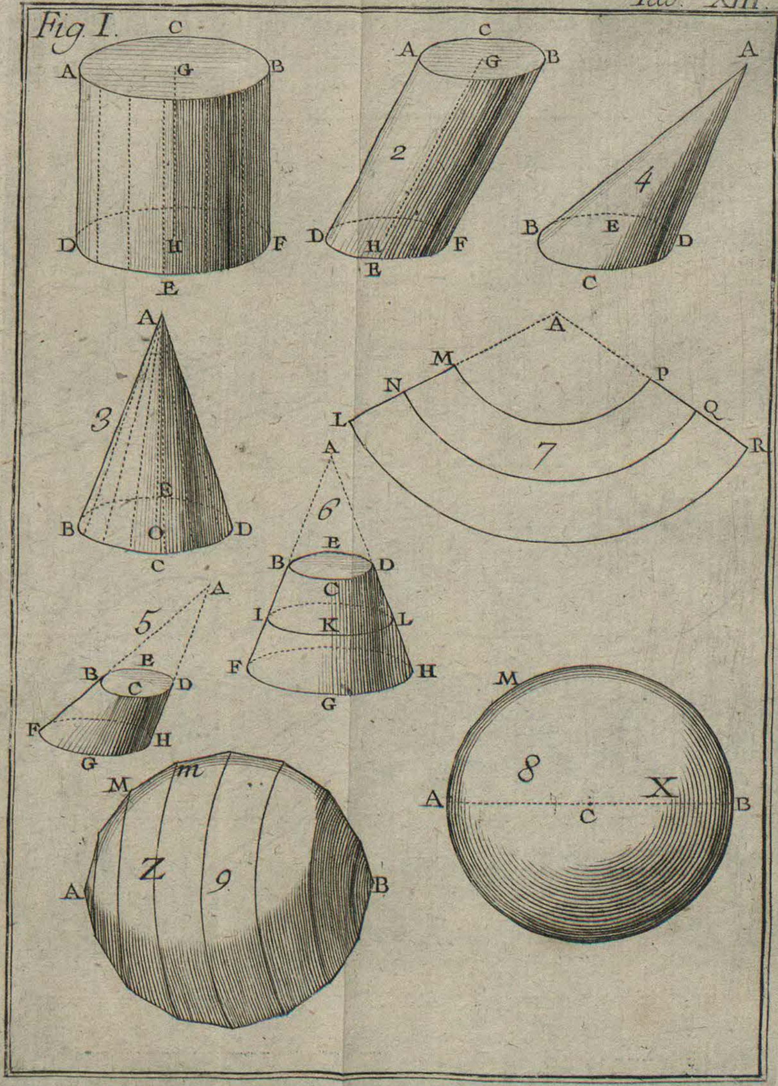
Tab: X.




Tab. XI.
Fig. I.
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13



Tab: XII
Fig. I
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
X


Fig. I.
C
A
G
B
D
H
F
E
A
C
B
G
2
D
H
F
E
A
4
B
E
D
C
A
3
E
B
O
D
C
A
M
P
N
Q
L
7
R
A
6
E
B
D
C
I
K
L
F
H
G
A
5
B
E
C
D
F
H
G
M
m
Z
9
A
B
M
8
A
X
C
B

Tab. XIV.

